وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة ابن خلدون تيارت

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

ملحقة قصر الشلالة:

مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى علوم اقتصادية وعلوم تجارية وعلوم التسيير LMD

محاضرات في الإحصاء الوصفي (الإحصاء 01)

حسب المقرر الرسمي لوزارة التعليم العالي والبحث العلمي

من إعداد الدكتورة:

بنية صابرينة

السنة الجامعية: 2017 – 2018

الفهرس

مقدمة	06
المحور الأول: مفاهيم عامة حول الإحصاء	07
1 - نشأة وتطور علم الإحصاء	08
2- مفهوم علم الإحصاء	09
3- تقسيمات الإحصاء	10
4- مفاهيم بعض المصطلحات الإحصائية	12
5- خطوات إعداد البحث الإحصائي	14
6- العينة وطرق اختيارها	17
7- تمارين المحور الأول	20
المحور الثاني: عرض البيانات الإحصائية	24
1-عرض البيانات الإحصائية في حالة متغير كمي منفصل	25
2- عرض البيانات الإحصائية في حالة متغير كمي متصل	34
3- عرض البيانات الإحصائية في حالة متغير كيفي قابل للترتيب	45
4- عرض البيانات الإحصائية في حالة متغير كيفي غير قابل للترتيب	47
5- تمارين تمارين المحور الثاني.	51
المحور الثالث: مقاييس النزعة المركزية	62
1- المتوسط الحسابي	63
2- مشتقات المتوسط الحسابي	70

3- المنوال 78

4- الوسيط 82

5- مشتقات الوسيط 89

6- تمارين تمارين المحور الثالث 105

المحور الرابع: مقاييس التشتت 117

1- المدى 118

2- المدى الربيعي و الإنحراف الربيعي 120

3- الانحراف المتوسط 121

4- التباين والانحراف المعياري. 125

5- تمارين تمارين المحور الرابع 128

قائمة المراجع 138

مقدمة

الإحصاء هو العلم الذي يبحث في طرق جمع البيانات الخاصة بمختلف الظوهر وعرضها وتحليلها للوصول إلى نتائج تساعد في اتخاذ القرارات المناسبة، فالإحصاء بهذا التعريف هو أسلوب منطقي منتظم موحد يعالج الموضوعات والخصائص التي يمكن أن يعبر عنها بصورة رقمية.

ويعتبر الإحصاء من الوسائل العامة التي يستخدمها الباحثون في شتى مجالات المعرفة، حيث يزودهم الإحصاء بالأدوات التي تساعدهم على تحليل المعطيات بشكل علمي دقيق، ومن ثم استخراج النتائج و التي بناء عليها يتم اتخاذ القرارات السليمة.

بناءا على ما تقدم، وانطلاقا من أهمية الإحصاء جاء هذا المقياس المتمثل في الإحصاء الوصفي أو ما سمي بالإحصاء 01 والذي يتناول طرق جمع البيانات وتلخيصها في شكل أرقام، وتنظيم وترتيب وعرض هذه البيانات في صورة مبسطة في شكل جداول أو رسومات بيانية، مع حساب بعض المقاييس الإحصائية من أجل إعطاء وصف أولي للظاهرة المدروسة، للطلبة والباحثين فقد تم تأليف هذه المطبوعة لإثراء مكتباتنا بالمزيد من المؤلفات في هذا المجال.

ان هذا العمل هو عبارة عن ملخصات للمحاضرات التي تقدم لطلبة السنة الاولى علوم اقتصادية وتجارية وعلوم التسيير مدعمة بتمارين محلولة وأخرى مقترحة، و قد تم تكييفه حسب المقرر الرسمي لوزارة التعليم العالي والبحث العلمي، ليكون أداة في يد الطلبة تساعدهم على استيعاب اكثر لهذا المقياس.

نستسمح القارئ الكريم العذر سلفا عن أي نقص ورد في هذه المطبوعة، فالنقص من سمات البشر والكمال لله وحده، ونسأل الله وندعوه سبحانه وتعالى نسأل الله عز وجل أن يكون هذا العمل نافعا لطلبة السنة الأولى علوم اقتصادية وتجارية وعلوم التسيير بالخصوص وكل المهتمين بصفة عامة.

المحور الأول:

مفاهيـــم عامـــــة حول الإحصاء

سنتطرق من خلال هذا المحور إلى العناصر التالية:

1- نشأة وتطور علم الإحصاء

2- مفهوم علم الإحصاء

3- تقسيمات الإحصاء

4- مفاهيم بعض المصطلحات الإحصائية

5- خطوات إعداد البحث الإحصائي

6- العينة وطرق إخيارها

7- تمارين محلولة

المحور الأول: مفاهيم عامة حول الإحصاء.

يعتبر علم الإحصاء من العلوم الضرورية والهامة التي يستخدمها الباحثون في شتى مجالات المعرفة بهدف الوصول إلى نتائج تعتمد الموضوعية وتتسم بالمصداقية، وتكمن أهميته في شتى الميادين كونه وسيلة يستخدمها معظم الناس في أعمالهم اليومية، خاصة متخذي القرار في المؤسسات والإدارات، حيث يزودهم الإحصاء بالأدوات التي تساعدهم على تحليل المعطيات بشكل علمي دقيق، ومن ثم استخراج النتائج والتي بناء عليها يتم اتخاذ القرارات الهامة.

1- نشأة وتطور علم الإحصاء:

"نشأ علم الإحصاء في العصور الوسطى نتيجة لاهتمام الدول بتعداد أفراد المجتمع حتى تتمكن كل دولة من تكوين جيش قوي يستطيع الدفاع عنها في حال وقوع اعتداء من قبل إحدى الدول طمعا في التوسع والثروة، وكذا نتيجة لاهتمام الدول بحصر ثروات الأفراد لغرض فرض الضرائب وتجميع الأموال اللازمة لتمويل الجيش وإدارة شؤون البلاد، ثم توسعت عمليات التعداد والحصر لتشمل بيانات عن المواليد والوفيات والإنتاج والاستهلاك...، ومن ثم تولدت الحاجة إلى تنظيم وتلخيص البيانات المتحصل عليها ووضعها في جداول حتى يسهل الرجوع إليها والاستفادة منها، وقد أطلق على هذه الطرق علم الدولة ثم علم الإحصاء.

وكلمة Statistique مشتقة من كلمة اللاتينية Statusأو الكلمة الإيطالية Statistica والتي تعني الدولة وهذا كل ما كان يعرف عن علم الإحصاء في ذلك الوقت." [1]

"تطور علم الإحصاء عبر سنوات طويلة، وتم ذلك بجهود الكثير من العلماء من تخصصات مختلفة، وكان هذا التطور ملازما للتطور في نظرية الاحتمالات، فقد أوضح عالم الفلك الاجتماعي البلجيكي كيتليه إمكانية استخدام الاحتمالات والإحصاء في وصف وتفسير الظواهر الاجتماعية والاقتصادية، وساهم العالم الانجليزي جالتون في تطبيق الطرق الإحصائية في علم النفس وبدأ دراسة موضوع الارتباط والانحدار، الذي اهتم به وطوره بعد ذلك عالم الإحصاء الانجليزي كارل بيرسون.

[1] أماني موسى محمد، **التحليل الإحصائي للبيانات**، مشروع الطرق المؤدية إلى التعليم العالي، مركز تطوير الدراسات العليا والبحوث، القاهرة، ص05.

ومنذ مطلع القرن العشرين أصبح الاهتمام منصبا على تطبيق الإحصاء على مشاكل علوم الحياة، الطب، الزراعة، العلوم الاجتماعية، الاقتصادية، كما أن العمل في هذه المرحلة كان مكثفا ومركزا على التحليل الإحصائيوأساسه المنطقي، وتمخض عن ذلك مساهمات عظيمة قدمها عالم الإحصاء الانجليزي فيشر ومن العلماء الذين ساهموا كثيرا في نظرية التقديرات واختبارات الفروض كلا من بيرسون و نيمان، ويعد الثلاثي فيشر، بيرسون، نيمان مؤسسي منهج الاستقراء الإحصائي الذي يعتمد على المعلومات المتاحة من العينة فقط.

وشهدت هذه الفترة أيضا عملا مكثفا كان فيها الاهتمام منصبا على صنع القرارات، مما أدى إلى نشوء وظيفة حديثة للإحصاء تحت اسم نظرية القرارات، وقد صاحب هذا التطور الكبير بداية ظهور مجموعة من التخصصات المختلفة تهتم بمجالات وأهداف خاصة منها الاقتصاد القياسي، وبحوث العمليات." [1]

2- مفهوم علم الإحصاء:

من المفاهيم الشائعة بين الناس عن الإحصاء، أنه عبارة عن أرقام وبيانات كأعداد السكان وأعداد المواليد والوفيات وغير ذلك، ومن ثم فقد ارتبط مفهوم الناس عن الإحصاء بأنه عد وحصر الأشياء والتعبير عنها بأرقام، وهذا هوالمفهوم المحدود لعلم الإحصاء.

وقد وردت عدة تعاريف لعلم الإحصاء سنقوم بإيجازها فيما يلي:

" الإحصاء هو العلم الذي يبحث في الأساليب والطرق العلمية المناسبة لجمع البيانات، وتبويبها وتنظيمها بهدف الوصول إلى النتائج اللازمة لزيادة المعرفة أو اتخاذ القرارات المناسبة وتعميمها وتحليلها وتفسيرها." [2]

ويعرف الإحصاء بأنه" العلم الذي يبحث في طرق جمع البيانات وعرضها وتحليلها وتفسيرها، فالإحصاء بهذا التعريف هو أسلوب منطقي منتظم موحد يعالج الموضوعات والخصائص التي يمكن أن يعبر عنها بصورة رقمية." [3]

[1] مصطفى زايد، **علم الإحصاء**، الطبعة الثانية، مطابع الدار الهندسية، القاهرة، 2008، ص 22.

[2] إبراهيم مراد الدعمة، مازن حسن الباشا، **أساسيات في علم الإحصاء مع تطبيقات SPSS**، الطبعة الأولى، دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن، 2013، ص 16

[3] سعدي شاكر حمودي، **مبادئ علم الإحصاء وتطبيقاته**، دارالثقافةللنشروالتوزيع، عمان، الأردن، 2009، ص 12.

كما يعرف الإحصاء أيضا بأنه: " فرع من فروع الرياضيات يشمل النظريات والطرق الموجهة نحو جمع البيانات، وصف البيانات، الاستقراء، صنع القرارات، ويتميز باستخدام الأرقام والرموز والدوال الرياضية والمقاييس والجداول، والرسومات البيانية..." [1]

ويعرف الإحصاء على أنه "العلم الذي يدرس مختلف طرق ووسائل جمع البيانات الكمية عن مختلف الظواهر الاقتصادية والاجتماعية وغيرها، وترتيب هذه البيانات وتبويبها وتحليلها وتفسيرها وتقديمها بأشكال وصور ملائمة بهدف تسهيل اتخاذ القرار على أساس سليم. " [2]

يعد استخدام الأسلوب الإحصائي في أي دراسة الوسيلة المأمونة التي يمكن أن تضمن تحقيق الأهداف المرجوة من وراء تنفيذها سواء كان الهدف المقصود من الدراسة التعرف على نواحي معينة لبعض الظواهر كالظواهر الاقتصادية مثلا أو لدراسة مشكلة معينة قائمة أو متوقعة ووضع الحلول المناسبة لها.

" أما الإحصائيات فهي البيانات العددية المتعلقة بموضوع ما والمنظمة في جداول أو رسوم بيانية حول نشاط أو قطاع معين في الدولة، فمثلا نقول:

- إحصائيات السكان للتعبير عن مجموعة البيانات الخاصة بالسكان في بلد ما (العدد الإجمالي للسكان، توزيع السكان حسب العمر أو الجنس، التوزيع الجغرافي للسكان حسب الولايات)؛
- إحصائيات التجارة الخارجية؛
- إحصائيات التعليم العالي.

وبالتالي فإن الإحصائيات هي المادة الأولية التي تستخدم في علم الإحصاء."[3]

3- تقسيمات علم الإحصاء:

يمكن تصنيف الإحصاء كعلم إلى قسمين رئيسيين هما:

---

[1] مصطفى زايد، **مرجع سابق**، ص 20.

[2] محمد راتول، **الإحصاء الوصفي**، الطبعة الثانية، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر 2006 ،ص07

[3] ساعد بن فرحات، عبد الحميد قطوش، **محاضرات في الإحصاء 1 مدعمة بتمارين وامتحانات محاولة**، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى علوم اقتصادية وعلوم تجارية وعلوم التسيير، جامعة فرحات عباس، سطيف، 2013- 2014، ص 06- 07.

3-1- الإحصاء الوصفي:

وهو ذلك الفرع من الإحصاء الذي يتناول طرق جمع البيانات وتلخيصها في شكل أرقام، وتنظيم وترتيب وعرض هذه البيانات في صورة مبسطة في شكل جداول أو رسومات بيانية، مع حساب بعض المقاييس الإحصائية من أجل إعطاء وصف أولي للظاهرة المدروسة. " فهو يشتمل على مجموعة من المبادئ الإحصائية التي تساعد في وصف الظواهر الإنسانية والاجتماعية، أي المقاييس الوصفية مما يساعد الباحث على وضع البيانات في صورة يسهل فهمها وتفسيرها ومعرفة درجة توفرها في المجتمع الأصلي" [1]

3-2- الإحصاءالاستدلالي:

وهو ذلك الفرع من الإحصاء الذي يهتمب تحليل واستنتاج واتخاذ القرارات للوصول إلى نتائج معينة أو توقعات ما عن المجتمع من خلال إجراء دراسة إحصائية عن جزء من ذلك المجتمع (عينة)، فنقول استدللنا على خواص المجتمع على أساس خواص العينة.

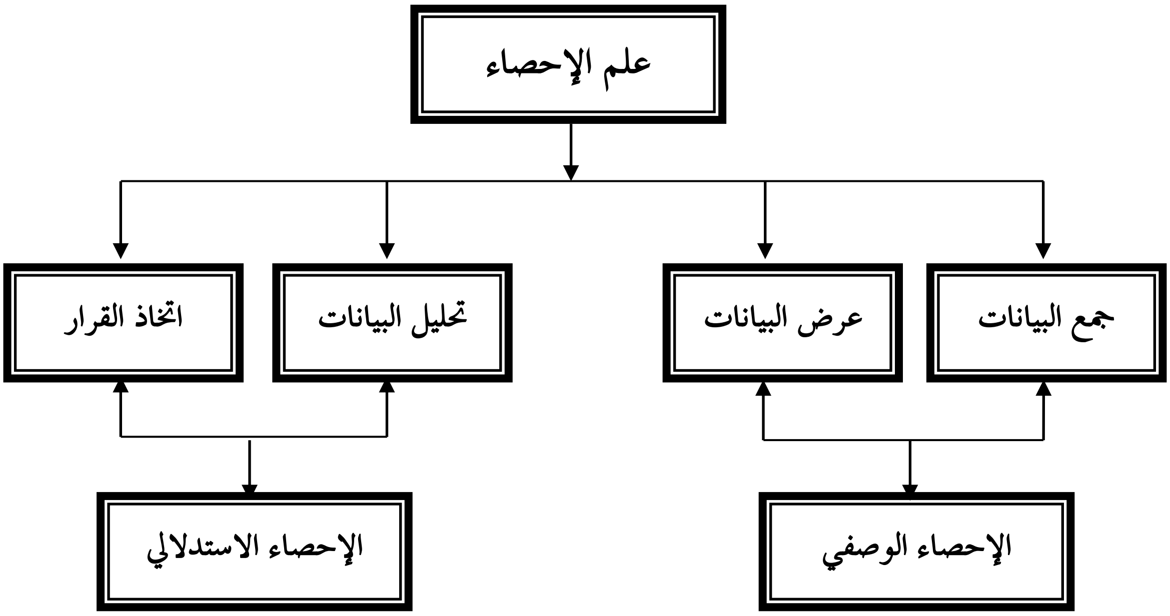
" ويستند الاستدلال الإحصائي على فكرة اختيار جزء من المجتمع يسمى عينة بطريقة علمية مناسبة، بغرض استخدام بيانات هذه العينة في التوصل إلى نتائج، يمكن تعميمها على مجتمع الدراسة، ومن ثم يهتم الاستدلال الإحصائي بموضوعين هما: التقدير، واختبارات الفروض." [2]

وبالتالي يمكن القول أن علم الإحصاء هو مجموعة النظريات والطرق العلمية التي تبحث في جمع البيانات عرضها وتنظيمها وهذا ما يسمى بالإحصاء الوصفي، ومن ثم تحليل هذه البيانات واستخدام النتائج في عملية اتخاذ القرار وهذا ما يسمى بالإحصاء الاستدلالي كما هو موضح في الشكل التالي:

[1] أحمد سعد جلال، **مبادئ الإحصاء ،تطبيقات وتدريبات عملية على برنامج spss** ،الدار الدولية للإستثمارات الثقافية، القاهرة، 2008، ص 17.

[2] شرف الدين خليل، **الإحصاء الوصفي،** شبكة الأبحاث والدراسات الاقتصادية، ص 08.

الشكل رقم 01: أقسام علم الإحصاء.



المصدر: من إعداد الباحثة.

4- مفاهيم بعض المصطلحات الإحصائية:

4-1- الوحدة الإحصائية:

وتسمى أيضا بالعنصر أو المفردة التي تجرى عليها الدراسة الإحصائية أو المعاينة والتي نتحصل منها على المعلومات والبيانات، وهي عنصر فعال في عملية التحليل، " فيشترط في الوحدة أن تكون خاضعة لتعريف دقيق وواضح، فهي قد تكون شيئا حيويا مثل شخص، طالب، موظف ...، وقد تكون شيئا ماديا مثل مؤسسة، سيارة، علبة ...، كما قد تكون شيئا معنويا مثل فكرة..." [1]

مثال: دراسة إحصائية حول المستوى التعليمي لطلبة جامعة ابن خلدون تيارت

الوحدة الإحصائية: الطالب في جامعة ابن خلدون بتيارت

[1] عبد الرزاق عزوز، **الكامل في الإحصاء، دروس مفصلة، تمارين ومسائل مع الحلول،** الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2010، ص 15.

4-2- المجتمع الإحصائي:

وهو عبارة عن مجموع الوحدات الإحصائية المراد دراستها، والتي تشترك فيما بينها في الصفة الأساسية المراد تحليلها، ويشترط في المجتمع الإحصائي أن يكون معرفا تعريفا جيد.

مثال:دراسة إحصائية حول المستوى المعيشي للسكان في ولاية تيارت.

المجتمع الإحصائي: جميع الأسر بولاية تيارت في فترة الدراسة.

4-3- المتغير الإحصائي:

هو الخاصية التي يرغب الباحث في دراستها أو هو القاسم المشترك بين عناصر المجتمع، وتكون قابلة للتغير من فرد إلى أخر من مشاهدة إلى أخرى، فهي التي تسمح بالتفريق بين وحدات المجتمع،" فبواسطتها يمكن للباحث أن يفرق بين الوحدات الإحصائية، لأن في البدايةكل الوحدات متشابهة أمامه، فمثلا مجموعة من الطلاب لا اختلاف بينهم طالما لم تكن هناك متغير أو خاصية تفرقهم عن بعضهم البعض، فصفة العمر أو طول القامة تمكن الباحث من التفريق بينهم." [1]

ويمكن تقسيم المتغيرات الإحصائية إلى قسمين:

4-3-1- متغيرات كيفية:

هي تلك المتغيرات التي لا يمكن قياسها كما، أي غير قابلة للقياس بل يقاس تكرارها فقط وهي عبارة عن صفات، وتنقسم بدورها إلى قسمين:

- **متغيرات كيفية قابلة للترتيب:** وهي تلك المتغيرات الوصفية التي يمكن ترتيبها حسب رتبة ما، إما تصاعديا أو تنازليا، مثل مستوى التأهيل العلمي ...

- **متغيرات كيفية غير قابلة للترتيب:** وهي تلك المتغيرات الوصفية التي لا يمكن ترتيبها مثل الجنسية، الجنس، الحالة العائلية، اللون...

[1] عبد الرزاق عزوز، **نفس المرجع السابق،** ص 15.

4-2-3-متغيرات كمية:

هي عبارة عن متغيرات تأخد طابع عددي أي يكون معبر عنها في شكل أرقام " فهي تلك المتغيرات التي يمكن قياسها، وهي أكثر المتغيرات انتشارا واستعمالا لأن لغة الإحصاء هي لغةالأرقام مثل: الإنتاج، الاستهلاك، عدد القطع المنتجة... "[1]

والمتغيرات الكمية تنقسم بدورها إلى قسمين:

- متغيرات كمية منقطعة:

"هي تلك المتغيرات التي يتم التعبير عنها على شكل أرقام صحيحة لا يمكن تجزئتها، مثل عدد الأطفال في الأسرة الواحدة، عدد الطلاب في الدفعة..." [2]

- متغيرات كمية مستمرة:

" هي تلك المتغيرات التي تأخذ كل القيم الممكنة لمجال الدراسة، ونظرا للعدد غير المتناهي لهذه القيم نقسم مجال الدراسة إلى مجالات جزئية تسمى الفئات" [3]، مثل الطول، السن، الوزن...

4-5- العينة:

" هي جزء من مجتمع الظاهرة قيد الدراسة تؤخذ بطريقة معينة بحيث تكون ممثلة تمثيلا صحيحا للمجتمع بقصد التعرف على خصائص هذا المجتمع." [4]

5- خطوات إعداد البحث الإحصائي:

تتطلب عملية إعداد البحث الإحصائي عادة مجموعة من الخطوات يمكن تلخيصها كما يلي:

5-1- تحديد هدف الدراسة:

---

[1] جلاطو جيلالي، **الإحصاء مع تمارين ومسائل محلولة،** الطبعة الثامنة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2010، ص 06.

[2] سالم عيسى بدر، عماد غصاب عبابنة،**مبادئ الإحصاء الوصفي والاستدلالي**، الطبعة الأولى، دار الميسرة للنشر والتوزيع والطباعة ، الأردن، 2007، ، ص 32.

[3] جلاطو جيلالي، **مرجع سابق،** ص 07.

[4] عزام صبري، **الإحصاء الوصفي ونظام SPSS**، الطبعة الأولى، جدارا للكتاب العالمي للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2006، ص 17.

"يتم تحديد هدف الدراسة أو مشكلة البحث بشكل واضح ودقيق للخروج بنتائج دقيقة للدراسة، ولكي نتمكن من تحديد ماهية البيانات المراد تجميعها ونوعها." [1]

2-5- جمع البيانات الإحصائية:

البيانات هي كل ما يتم تجميعه نتيجة المراقبة لحدث أو ظاهرة ما، مثل إجابات مجموعة من الأشخاص على سؤال أو عدة أسئلة...، وهذه البيانات قد تكون رقمية أو غير رقمية، تعتبر عملية جمع البيانات من أهم المراحل التي يعتمد عليها البحث الإحصائي، "فإذا تم جمع البيانات بطريقة غير صحيحة أو دقيقة أو تم جمعها من مصادر غير موثوق بها، فلا محالة نتحصل على نتائج مظللة وغير صحيحة، وبالتالي تفقد الدراسة الإحصائية أهميتها العلمية، وقد تؤدي إلى نتائج سلبية، فنتخذ قرارات بناءا على هذه الدراسة تكون له نتائج عكس التي كنا نريد الوصول إليها." [2]

مصادر البيانات الإحصائية هي المنابع التي يأخذ منها الإحصائي البيانات موضع الدراسة، حيث يعتمد الباحثون على مصدرين أساسيين للحصول على المعلومات الإحصائية الخاصة بظاهرة معينة وهما:

- المصادر المباشرة:

"وهي المصادر التي نحصل منها على البيانات بشكل مباشر، حيث يقوم الباحث نفسه بجمع البيانات من المفردة محل البحث مباشرة، فعندما يهتم الباحث بجمع بيانات عن الأسرة، يقوم بإجراء مقابلة مع رب الأسرة، ويتم الحصول منه مباشرة على بيانات خاصة بأسرته، مثل بيانات المنطقة التابع لها، والحي الذي يسكن فيه، والجنسية، والمهنة، والدخل الشهري، وعدد أفراد الأسرة، والمستوى التعليمي...

ويتميز هذا النوع من المصادر بالدقة والثقة في البيانات، لأن الباحث هو الذي يقوم بنفسه بجمع البيانات من المفردة محل البحث مباشرة، ولكن أهم ما يعاب عليها أنها تحتاج إلى وقت ومجهود كبيرين، كما أنها مكلفة من الناحية المادية." [3]

---

[1] سالم عيسى بدر، عماد غصاب عبابنة، **مرجع سبق ذكره**، ص 18.

[2] عبد الناصر رويسات، **الإحصاء الوصفي ومدخل الاحتمالات " دروس وتمارين "**، ديوان المطبوعات الجامعية، وهران، الجزائر، ص 03.

[3] شرف الدين خليل، **مرجع سبق ذكره**، ص 12.

- المصادر غير المباشرة:

"يتحصل الباحث على المعلومات الإحصائية من الدراسات والتحقيقات السابقة، حيث تكون هذه البيانات مبوبة ومصنفة من طرف باحثين سابقين أو هيئات رسمية أو غير رسمية وتم نشرها في نشرات خاصة أودوريات أو تكون محفوظة في الأرشيف التقليدي أو الآلي." [1]

وهناك أسلوبين لجمع البيانات هما: أسلوب الحصر الشامل، أسلوب المعاينة.

- أسلوب الحصرالشامل:

يستخدم هذا الأسلوب إذا كانا لغرض هو حصر جميع مفردات المجتمع، حيثي تمجمع بيانات عن كل مفردة بلا استثناء، كحصر جميع المزارع التي تنتج نوع معين من المحاصيل في منطقة ما، ويتميز هذا الأسلوب بالشمول وعدم التحيز، ودقة النتائج، ولكن يعاب عليه أنه يحتاج إلى الوقت والجهد، والتكلفة العالية.

- طريقة المعاينة:

" تستخدم هذه الطريقة إذا كان هناك صعوبة في إجراء الدراسة على كافة أفراد المجتمع، حيث يتم الاكتفاء بمعلومات عن الجزء بدلا من الكل" [2]، ويتم اختيار جزء من المفردات يسمى "العينة بطريقة معينة بحيث تكون ممثلة تمثيلا صحيحا للمجتمع بقصد التعرف على خصائص هذا المجتمع ويتم تعميم نتائج بيانات العينة على المجتمع الكلي، هذه الطريقة تعطي معلومات ونتائج اقل دقة من طريقة المسح الشامل، حيث أن هناك بعض الأخطاء التي يمكن الوقوع فيها وتؤثر على النتائج المعطاة منها الصدفة والتحيز، إلا أنها أقل تكلفة وجهدا وتوفر الكثير من الوقت." [3]

5-3- تنظيم وعرض البيانات:

تعتمد عملية وصف البيانات على جمعها، وتبويبها وتلخيصها، إذ لا يمكن الاستفادة من البيانات الخام، ووصف الظواهر المختلفة محل الاهتمام، إلا إذا تم وضع البيانات وعرضها في شكل جدولي أو بياني هذا من

[1] محمدراتول، **مرجع سبق ذكره**، ص13

[2] إبراهيم مراد الدعمة، مازن حسن الباشا، **مرجع سبق ذكره**، ص 22.

[3] عزام صبري، **مرجع سبق ذكره**، ص 20.

ناحية، وحساب بعض المؤشرات الإحصائية البسيطة التي توضح طبيعة البيانات من ناحية أخرى.

4-5- تحليل البيانات واتخاذ القرار:

" تعتبر عملية تحليل البيانات مرحلة مهمةفي أي بحث إحصائي وذلك لغرض الإجابة على إشكالية البحث، لذا فإن الباحث يسعى إلى التحليل الإحصائي لجوانب الظاهرة المدروسة عن طريق استخدام الأدوات الإحصائية المناسبة لتحليل البيانات من أجل الحصول على نتائج الدراسة واستقراء واستخلاص مدلولها واتخاذ القرارات على أساس النتائج المتوصل إليها." [1]

6- طرق اختيار العينة:

يمكن تقسيم العينة وفقا لطرق اختيارها إلى نوعين هما:

6-1- العينات غير الاحتمالية:

" يتم اختيار مفرداتها بطريقة غير عشوائية، حيث يقوم الباحث باختيار مفردات العينة بالصورة التي تحقق الهدف من المعاينة، فمبدأ اختيارها لا يخضع لقوانين موضوعية، تستخدم في الحالات التي يراد منها الحصول على تقديرات تقريبية لتكوين فكرة سريعة عن مشكلة معينة" [2]، ومن أنواعها:

6-1-1- العينة الحصصية:

يقوم الباحث في هذا النوع من العينات بتقسيم المجتمع إلى مجموعات أو فئات، ويختار من كل فئة مجموعة من الأفراد ولكنه يختارها حسب ما يراه مناسبا مثل اختيار الطلبة المتفوقين من كل دفعة في تخصص العلوم الاقتصادية.

6-1-2- العينة القصدية:

يقوم الباحث باختيار أفراد العينة حسب ما يراه مناسب لتحقيق هدف معين حسب الغرض من البحث

---

[1] حيدوشي عاشور، **محاضرات في الإحصاء الوصفي**، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى علوم اقتصادية وعلوم تجارية وعلوم التسيير، جامعة اكلي محند اولحاج، البويرة، 2015- 2016، ص 14.

[2] عزام صبري، **مرجع سبق ذكره**، ص 24.

المدروس، فمثلا إذا أراد الباحث دراسة الرأي العام حول قضية سياسية معينة فانه يختار من رجال السياسة عددمعين لإجراء دراسته.

6-1-2- العينة المصادفة:

يتم الحصول على أفراد العينة في هذا النوع عن طريق الصدفة فمثلا في دراسة الرأي العام يقوم الباحث باستجواب من يصادفه في الشارع عن رأيه.

6-2- العينات الاحتمالية:

هي العينات التي يتم اختيار مفرداتها وفق قواعد الاحتمالات،ب معنى آخر هي التي يتم اختيار مفرداتها من مجتمع الدراسة بطريقة عشوائية، بهدف تجنب التحيز الناتج عن اختيار المفردات، ومن أهم أنواع العينات الاحتمالية، مايلي:

6-2-1- العينة العشوائية البسيطة:

" وهي تلك العينة التي تسحب من مجتمع الدراسة بحيث يكون احتمال (فرصة) ظهور أية مفردة من مفردات المجتمع الإحصائي في العينة متساويا، بمعنى آخر تعني إعطاء كل فرد من المجتمع نفس الفرصة للظهور في العينة"[1]، ومن شروطها تجانس وحدات المجتمع بالنسبة للصفة المدروسة.

6-2-2- العينة العشوائية الطبقية:

" تستعمل العينات الطبقية في حالة المجتمعاتغيرالمتجانسةأيفي حالة وجود تفاوت كبير بين الوحدات الإحصائية المدروسة، وفي هذه الحالة يقسم المجتمع إلى فئات متجانسة حيث تحدد نسبة أو أهمية كل فئة بالنسبة للمجتمع، ليصبح حجم كل منها N_i................. N_1, N_2 على التوالي حيث i هي عدد الفئات التي يتكون منها المجتمع، ولأجل سحب عينة طبقية نتبع الخطوات التالية:

- نحدد نسبة كل فئة بالنسبة للمجتمع N_i/ N
- نحدد حجم العينة التي نريد سحبها n

[1] سالم عيسى بدر، عماد غصاب عبابنة، **مبادئ الإحصاء الوصفي والاستدلالي**، الطبعة الأولى، دار الميسرة للنشر والتوزيع والطباعة، الأردن، 2007، ص 21.

-نحدد عدد الوحدات الإحصائية التي يجب سحبها من كل فئة n_i حسب النسب المحددة حيث:

$$Nn_i = n \times /N_i$$

- نقوم بسحب n_i من N_i بالطريقة العشوائية البسيطة، وبعد الانتهاء من العملية يتم ضم كل الوحدات الإحصائية المسحوبة إلى بعضه االبعض لتكون عينة عشوائية طبقية." [1]

6-2-3- العينة العشوائية المنتظمة:

من التسمية نلاحظ أنها تحتوي العشوائية والانتظام، حيث نختار مفردة البداية بطريقة عشوائية ثم نجد باقي عناصر العينة بزيادة منتظمة بحيث يكون الفرق بين أي اختيارين متتاليين يساوي مقدارا ثابتا، " ولاختيار العينة العشوائية المنتظمة نقوم بإتباع الخطوات التالية:

- نرقم مفردات المجتمع من 01 إلى حجم المجتمع قيد الدراسة؛
- نختار عشوائيا مفردات البداية للعينة من الأرقام 01- 09؛
- نحدد مقدار الزيادة المنتظمة من العلاقة: الزيادة المنتظمة = حجم المجتمع / حجم العينة؛
- نضيف مقدار الزيادة المنتظمة بالتتابع إلى أن نحصل على جميع مفردات العينة المطلوبة." [2]

6-2-4- العينة العشوائية متعددة المراحل:

إذا كان المجتمع يتكون من أقسام متجانسة نبدأ باختيار بعض هذه الأقسام عشوائيا كمرحلة أولى، ثم نختار عينة عشوائية بسيطة من كل قسم من الأقسام التي تم اختيارها كمرحلة ثانية، وقد يحتاج الأمر إلى اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل قسم من الأقسام التي تم اختيارها في المرحلة الثانية وهكذا...، والعينة التي تم اختيارها بهذه الطريقة تعرف بالعينة متعددة المراحل.

[1] جلاطو جيلالي، **مرجع سبق ذكره،** ص 10-11.

[2] عزام صبري، **مرجع سبق ذكره،** ص 27.

7- تمارين المحور الأول:

7-1- تمارين محلولة:

التمرين الأول:

حدد المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه من واقع العبارات التالية:

1- مدة حياة المصابيح الكهربائية المنتجة في مصنع.

2- تصنيف السيارات بوكالة حسب لونها.

3- دراسة إحصائية حول عدد الغرف في المسكن الواحد لعينة من 100مسكن في ولاية تيارت.

4- توزيع عينة من 50 عامل حسب الأجور الشهرية بالدينار في شركة.

5- تصنيف الأحزاب السياسية حسب عدد الأصوات المكتسبة في الانتخابات.

6- دراسة إحصائية حول رقم الأعمال السنوي لـــ 40 مؤسسة اقتصادية.

7-تصنيف العمال بإدارة حسب مستواهم التعليمي.

8- أطوال الطلبة في دفعة السنة الأولى علوم اقتصادية.

حل التمرين الأول:

المثال	المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
01	المصابيح الكهربائية	المصباح الكهربائي	مدة الحياة	كمي مستمر
02	السيارات بالوكالة	السيارة الواحدة	لون السيارة	كيفي غير قابل للترتيب
03	100مسكن في ولاية تيارت	المسكن الواحد	عدد الغرف	كمي منفصل
04	50 عامل بالشركة	العامل الواحد بالشركة	الأجر الشهري	كمي مستمر
05	الأحزاب السياسية	الحزب الواحد	عدد الاصوات	كمي منفصل
06	40 مؤسسة اقتصادية	المؤسسة الواحدة	رقم الأعمال السنوي	كمي مستمر
07	عمال الادارة	العامل الواحد	المستوى التعليمي	كيفي قابل للترتيب
08	الطلبة دفعة السنة الأولى علوم اقتصادية	الطالب الواحد من الدفعة	أطوال الطلبة	كمي مستمر

التمرينالثاني:

قام بنك القرض الشعبي الوطني بإجراء دراسة إحصائية بغرضالتعرفمدى رضا الزبائن المتعاملين معه حول جودة الخدمات الالكترونية المقدمة من طرف البنك.

1- ما هو الهدف العام من الدراسة؟

2-ما هي الوحدة الإحصائية والمجتمع الإحصائي في هذه الدراسة؟

3-ما هو المتغير الإحصائى المدروس؟ أذكر نوعه؟

4- ما هو الأسلوب المستخدم وما هي المصادر المعتمدة لجمع البيانات في مثل هذه الدراسة؟ علل ذلك؟

حل التمرين الثاني:

1- **الهدف العام من الدراسة:** لمعرفة مدى رضا الزبائن المتعاملين معه حول جودة الخدمات الالكترونية المقدمة من طرف البنك.

2- الوحدة الإحصائية والمجتمع الإحصائي:

- الوحدة الإحصائية: الزبون المتعامل مع بنك القرض الشعبي الوطني.
- المجتمع الإحصائي: الزبائن المتعاملين مع بنك القرض الشعبي الوطني.

3- المتغير الإحصائي ونوعه:

رضا الزبون حول جودة الخدمات الالكترونية، نوعه: كيفي قابل للترتيب.

4- أسلوب الدراسة ومصادر جمع البيانات:

- أسلوب الدراسة: طريقة المعاينة وذلك لصعوبة الحصر الشامل لجميع المتعاملين مع البنك وربحا للوقت والجهد والتكاليف.
- مصادر جمع البيانات: وهي المصادر المباشرة عن طريق استجواب مباشر لوحدات الدراسة (المتعاملين مع البنك)، أو عن طريق الاستبيان.

التمرين الثالث:

حدد نوع المتغيرات (كمية أو كيفية) في العبارات التالية:

درجات الحرارة - مكان الميلاد — نوع الشاحنات - الحالة الاجتماعية - عدد الزبائن لأحد المحلات — الحالة

المدنية للإداريين – عدد الحوادث في طريق معين- الدخل الشهري للعمال – المستوى التعليمي – عدد أفراد الأسرة– جنس الطلبة – عدد أيام الحضور — الجنسية المغتربين- أوزان مجموعة من الأشخاص.

حل التمرين الثالث:

متغير كمي	متغير كيفي
درجات الحرارة	مكان الميلاد
عدد الزبائن لاحد المحلات	نوع الشاحنات
عدد الحوادث في طريق معين	الحالة المدنية للإداريين
الدخل الشهري للعمال	المستوى التعليمي
عدد أفراد الأسرة	جنس الطلبة
عدد أيام الحضور	الجنسية المغتربين
أوزان مجموعة من الأشخاص	

7-2- تمارين مقترحة:

التمرين الأول:

- عرف المجتمع و الوحدة الإحصائية وأعط ثلاثة أمثلة.
- ما المقصود بالمتغير الإحصائي؟ أذكر أنواعه وأعط مثال عن كل نوع.
- حدد الفرق بين العينة والمجتمع الإحصائي؟ أعط ثلاثة أمثلة.

التمرين الثاني:

حدد المجتمع والعينة.

- مجموعة دول شمال إفريقيا العربية المشاركة في جامعة الدول العربية.
- مجموعة الدول الإفريقية المشاركة في كأس العالم.
- الإنتاج الكلي للقمح في الجزائر سنة 2010 .
- لدراسة عدد الحوادث السنوية تم أخذ عدد الحوادث في شهر أوت.

التمرين الثالث:

بين أيا من الأسلوبين أفضل في العبارات التالية الحصر الشامل أم المعاينة

- تقدير نسبة ما تستهلكه سيارات بيجو من البنزين.
- التعرف على أراء المواطنين في قانون الأسرة.
- التعداد السكاني.
- التعرف على رضا المستهلكين لمنتج ما .
- تقدير نسبة المصابيح التي تعمر 50 ساعة في أحد المصانع.

المحور الثاني:

عرض البيانات الإحصائية

سنتطرق من خلال هذا المحور إلى العناصر التالية:

1-عرض البيانات في حالة متغير كمي منفصل

2- عرض البيانات في حالة متغير كمي متصل

3- عرض البيانات في حالة متغير كيفي قابل للترتيب

4- عرض البيانات في حالة متغير كيفي غير قابل للترتيب

5-تمارين محلولة وتمارين مقترحة

المحور الثاني: عرض البيانات الإحصائية

بعد تحديد موضوع البحث والمنهج المتبع في الدراسة، وبعد الانتهاء من جمع البيانات والمعلومات يقوم الباحث بعملية تفريغ هذه البيانات التي نجد الكثير منها في صورة غير معبرة وغير منظمة مما يصعباستيعابها والمقارنة بين مفرداتهاواستنتاج المعلومات منها، لذا وجب تنظيمها وترتيبها وعرضها بطرق مناسبة تسهل دراستها والاستفادة منها، ويتم عرض هذه البيانات وفق عدة طرق نذكر منها:

- العرض الجدولي للبيانات:

ويقصد به وضع البيانات الأولية الخاصة بالظاهرة المدروسة بعد جمعها في جداول وترتب وتصنف وفقا لبعض خواصها مثل الترتيب الأبجدي، الترتيب التاريخي، الترتيب الكمي....، تمتاز طريقة العرض الجدولي بالدقة والسهولة فهي تمكن من إعطاء فكرة سريعة عن الظاهرة بمجرد نظرة واحدة إلى الجدول.

وعند استعمال هذه الطريقة يجب مراعاة ذكر مايلي[1]:

- عنوان الجدول؛
- الوحدات المستعملة؛
- المصادر التي أخذت منها البيانات.

- العرض البياني للبيانات:

وذلك بوضع البيانات في شكل رسومات بيانية تمكن من إعطاء صورة وفكرة سريعة عن الظاهرة المدروسة، كما تسمح بمقارنة عدة متغيرات ببعضها البعض، من أهمها: الأعمدة، المستطيلات، الدوائر، المدرج، المضلع....

1- عرض البيانات في حالة متغير كمي منفصل:

1-1- التوزيع التكراري المطلق:

عبارة عن صورة تنقل المعلومات دون الإنقاص منها، من حالتها الأولى إلى حالة جديدة تتسم بالتنظيم والترتيب و السهولة و الوضوح، فهو جدول يضم قيم المتغير والتكرارات المقابلة له، ويستخدم هذا التوزيع

[1] محمد صبحي ابو صالح، عدنان محمد عوض، **مقدمة في الإحصاء مبادئ وتحليل باستخدام SPSS**، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، الأردن، 2014، ص 13.

لوصف البيانات التي تتعلق بظاهرة واحدة فقط، ويحتوي هذا الجدول في صورته البسيطة على عمودين:

1-1-1- قيم المتغير الإحصائي:

تظهر هذه القيم في العمود الأول من الجدول، " وتتمثل في مختلف القيم التي يأخذها المتغير الإحصائي في الدراسة، وتكون مرتبة ترتيبا تصاعديا في أسطر الجدول، يرمز لها بالرمز x_i حيث i يمثل عدد الأسطر في الجدول ($i=1,2 ,\ldots ,k$)"[1]

1-1-2- التكرار المطلق:

ويتمثل في عدد المرات التي يتكرر فيها كل قيمة للمتغير الإحصائي ويرمز له بالرمز n_i حيث i يمثل عدد الأسطر في الجدول ($i=1,2 ,\ldots ,k$)

الجدول رقم 02-01: الشكل العام لجدول التوزيع التكراري المطلق

المتغير الإحصائي x_i	التكرار المطلق n_i
x_1	n_1
x_2	n_2
x_3	n_3
.	.
.	.
.	.
x_k	n_k
المجموع	$n=\sum n_i$

المصدر: من إعداد الباحثة

يمثل الجدول الشكل العام والبسيط للتوزيع التكراري الذي يحتوي على المتغير الإحصائي والتكرار المطلق فقط، كما يمكن توسيع هذا الجدول بحيث يصبح يحتوي على معلومات إضافية مهمة في الدراسة تتمثل فيتكرارات أخرى سنتطرق لها لاحقا.

[1] ساعد بن فرحات، عبد الحميد قطوش،**مرجع سبق ذكره،** ص 26.

مثال رقم 02-01:

لدراسة متوسط عدد الأفراد في الأسرة ببلدية تيارت، سحبت عينة عشوائية بسيطة من هذا المجتمع حجمها 20 أسرة، فكانت النتائج كما يلي:

4	2	2	3	2	4	3	2	4	5
2	4	2	3	4	2	4	5	5	3

أنشئ جدول التوزيع التكراري المطلق و اشرح كل من n_2، n_5.

حل المثال رقم 02-01:

الجدول رقم 02-02: توزيع 20 أسرة حسب عدد الأفراد بالأسرةببلدية تيارت.

حجم الأسرة x_i	عدد الأسر n_i
02	07
03	04
04	06
05	03
المجموع	20

المصدر: من إعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

n_2: هناك 07 أسر من بين 20 أسرة عدد أفرادها يساوي 02.

n_5: هناك 03 أسر من بين 20 أسرة عدد أفرادها يساوي 05.

1-2- التوزيع التكراري النسبي والنسبي المئوي:

يستحسن في أغلب الأحيان التعبير عن التوزيع التكراري بنسبة للتعبير عن الأهمية النسبية لتكرار كل متغير بالنسبة لإجمالي التكرارات، "والذي نحصل عليه بقسمة التكرار المطلق على مجموع التكرارات، استخدام النسب يؤدي إلى مزيد من الوضوح خاصة لأغراض المقارنات في حالة اختلاف في التكرار المطلق" [1]، ويرمز له بالرمز f_i، حيث:

[1] مصطفى زايد، **مرجع سبق ذكره**، ص 72.

$$f_i = \frac{n_i}{\sum n_i} \qquad \sum f_i = 01$$

ويمكن تحويل التكرار النسبي إلى تكرار نسبي مئوي وذلك بضربه في 100 و يرمز له بالرمز $f_i\%$

$$f_i\% = f_i \times 100 = \frac{n_i}{\sum n_i} \times 100 \qquad \sum f_i\%$$

مثال رقم 02-02: بالاعتماد على معطيات المثال 02-01 احسب التكرارات النسبية والتكرارات النسبية المئوية، واشرح$f_1\%$، f_3.

حل المثال رقم 02-02:

الجدول رقم 02- 03: توزيع التكراري النسبي و النسبي المئوي لـــ 20 أسرة حسب عدد الأفراد ببلدية تيارت.

حجم الأسرة x_i	عدد الأسر n_i	f_i	$f_i\%$
02	07	0.35	% 35
03	04	0.20	% 20
04	06	0.30	% 30
05	03	0.15	% 15
المجموع	20	01	% 100

المصدر: من إعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

f_3: هناك 30% من الأسر عدد أفرادها يساوي 04.

$f_1\%$: هناك 35% من الأسر عدد أفرادها يساوي 02.

1-3- التوزيع التكراري المتجمع:

قد نحتاج إلى معرفة المفردات التي تقل قيمتها أو تزيد عن حد معين، وهذه المعلومات نحصل عليها من خلال إيجاد التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة، وذلك بتجميع التكرارات سواء كانت مطلقة أو نسبية.

1-3-1- التكرار المتجمع الصاعد المطلق:

يمثل التكرار المتجمع الصاعد مجموع القيم أو المشاهدات التي تقل قيمهم الإحصائية عن القيمة المقابلة يرمز له بـــ$\mathbf{N_i}^{\uparrow}$، ففي حساب التكرار المتجمع الصاعد نبدا من أعلى الجدول إلى أسفله ونقوم بجمع التكرارت.[1]

$$\boxed{\begin{aligned} N_1{}^{\uparrow} &= n_1 \\ N_2{}^{\uparrow} &= n_1 + n_2 = N_1{}^{\uparrow} + n_2 \\ N_3{}^{\uparrow} &= n_1 + n_2 + n_3 = N_2{}^{\uparrow} + n_3 \\ &\vdots \\ N_i{}^{\uparrow} &= n_1 + n_2 + \ldots + n_i = N_{i-1}{}^{\uparrow} + n_i \end{aligned}}$$

1-3-2- التكرار المتجمع النازل المطلق:

يمثل مجموع القيم أو المشاهدات التي تزيد قيمهم عن القيمة المقبلة، وفي حساب التكرار المتجمع النازل نبدأ من أسفل الجدول ونجمع التكرارات.[2]

$$\boxed{\begin{aligned} N_1{}^{\downarrow} &= n \\ N_2{}^{\downarrow} &= n - n_1 = N_1{}^{\downarrow} + n_1 \\ N_3{}^{\downarrow} &= n - n_1 - n_2 = N_2{}^{\downarrow} + n_2 \\ &\vdots \\ N_i{}^{\downarrow} &= n - n_1 - \ldots - n_{i-1} = N_{i-1}{}^{\downarrow} + n_{i-1} \end{aligned}}$$

[12]عبد الرزاق عزوز، **مرجع سبق ذكره،** ص 33.

مثال رقم 2-3: بالاعتماد على معطيات المثال 02-01 احسب التكرارات المتجمعة المطلقة الصاعدة والنازلة واشرح $N_2^{\uparrow}$، $N_3^{\downarrow}$.

حل المثال رقم 2-3:

الجدول رقم 02- 04: توزيع التكراري المتجمع المطلق لـــ 20 أسرة حسب عدد الأفراد ببلدية تيارت.

$N_i^{\downarrow}$	$N_i^{\uparrow}$	n_i	x_i
20	07	07	02
20 – 07= 13	07+ 04 = 11	04	03
13 – 04 = 09	11 + 06 = 17	06	04
09 – 06 = 03	17 + 03 = 20	03	05
/	/	20	Σ

المصدر: من إعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

$N_2^{\uparrow} = 11$: هناك 11 أسرة من بين 20 أسرة عدد أفرادها أقل أو يساوي 03 أفراد.

$N_3^{\downarrow} = 09$: هناك 09 أسر من بين 20 أسرة عدد أفرادها أكثر أو يساوي 04 أفراد.

1-3-3-التكرار المتجمع الصاعد النسبي و النسبي المئوي:

يحسب التكرار المتجمع الصاعد النسبي بنفس الطريقة المعتمدة في حساب التكرار المتجمع الصاعد المطلق ولكن بالاعتماد على التكرار النسبي بدلا من التكرار المطلق.

$$F_i^{\uparrow} = \frac{Ni^{\uparrow}}{\sum n_i}$$

$$F_i^{\uparrow} = F_{i-1}^{\uparrow} + f_i$$

أما التكرار المتجمع الصاعد النسبي المئوي فهو التكرار المتجمع الصاعد النسبي مضروب في مئة.

$$F_i{\uparrow}\% = F_i{\uparrow} \times 100$$

1-3-4- التكرار المتجمع النازل النسبي و النسبي المئوي:

يحسب التكرار المتجمع النازل النسبي بالعلاقة التالية:

$$F_i{\downarrow} = \frac{Ni{\downarrow}}{\sum n_i}$$

أما التكرار المتجمع النازل النسبي المئوي فهو التكرار المتجمع الصاعد النسبي مضروب في مئة.

$$F_i{\downarrow}\% = F_i{\downarrow} \times 100$$

مثال رقم 02-04: بالاعتماد على معطيات المثال 02-02 احسب التكرارات المتجمعة النسبية والنسبية المئوية، واشرح $F_2{\uparrow}\%$، $F_3{\downarrow}\%$.

حل المثال رقم 02-04:

الجدول رقم 02- 05: التوزيع التكراري المتجمع النسبي والمئوي لــ 20 أسرة حسب عدد الأفراد ببلدية تيارت.

$F_i{\downarrow}\%$	$F_i{\uparrow}\%$	$F_i{\downarrow}$	$F_i{\uparrow}$	$f_i\%$	f_i	n_i	x_i
100	35	01	0.35	% 35	0.35	07	02
65	55	0.65	0.55	% 20	0.20	04	03
45	85	0.45	0.85	% 30	0.30	06	04
15	100	0.15	01	% 15	0.15	03	05
/	/	/	/	% 100	01	20	Σ

المصدر: من إعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية

$\%F_2^{\uparrow}$: هناك 55 من الأسر عدد أفرادها أقل أو تساوي 03 أفراد.

$\%F_3^{\downarrow}$: هناك 45 من الأسر عدد أفرادها أقل أو تساوي 04 أفراد.

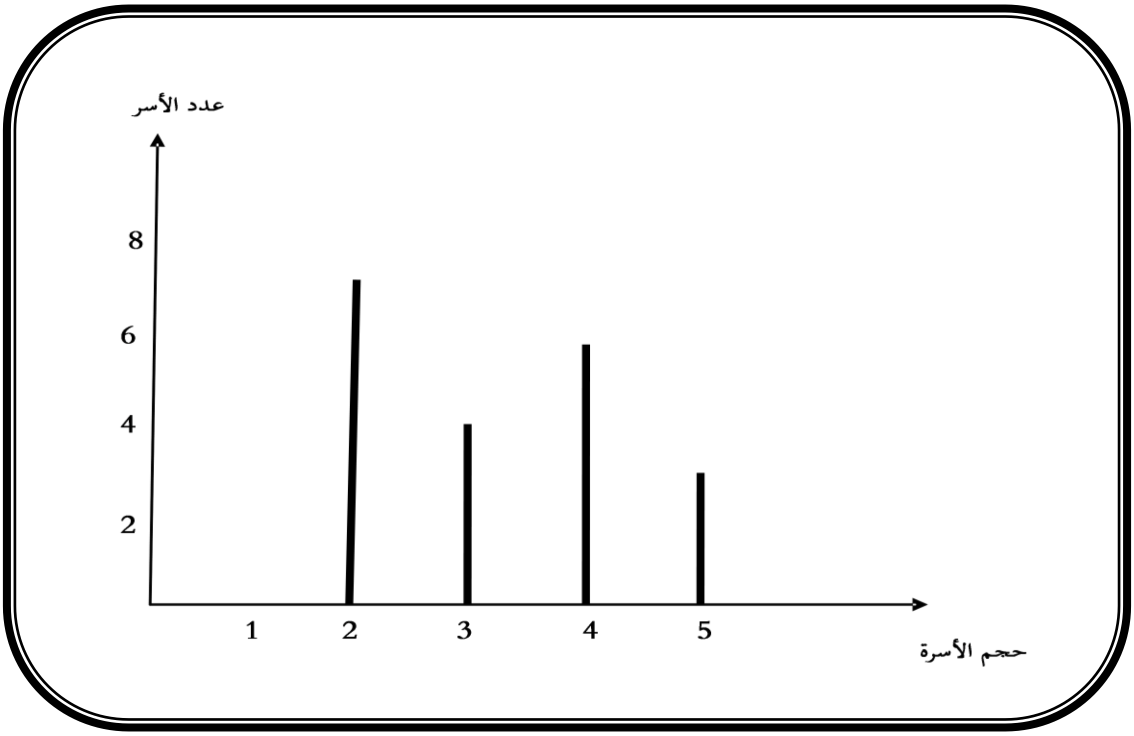
1-4- التمثيل البياني للتوزيع التكراري المطلق والنسبي للمتغير الكمي المنفصل:

" يتم تمثيل التوزيع التكراري المطلق أو النسبي في حالة المتغير الكمي المنفصل أو المتقطع بطريقة الأعمدة وذلك بتعيين النقاط المطلوبة على المحور الأفقي وإقامة أعمدة من تلك النقط بما يتناسب أطوالها مع التكرارات المناظرة على المحور العمودي."[1]

مثال رقم 02-05: باستخدام معطيات المثال 02-01 مثل بيانيا التوزيع التكراري.

حل المثال رقم 02-05:

الشكل رقم 02-01: التمثيل البياني لتوزيع 20 أسرة حسب عدد أفرادها ببلدية تيارت باستخدام الأعمدة البسيطة.



المصدر: من إعداد الباحثة بناءا على بيانات فرضية

[1] سالم عيسى بدر، عماد غصاب عبابنة، **مرجع سبق ذكره،** ص 44.

1-5- التمثيل البياني للتوزيع التكراري المطلق والنسبي للمتغير الكمي المنفصل:

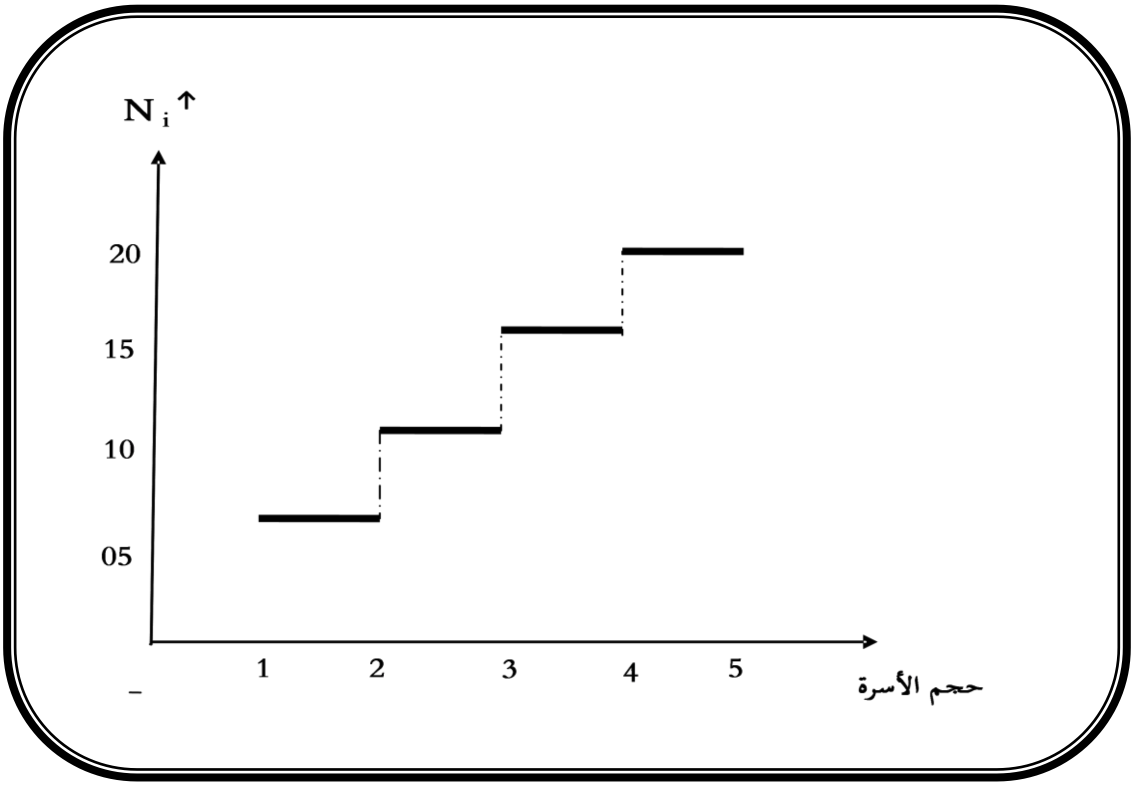
" يمثل **التكرار المتجمع الصاعد المطلق أو النسبي**عن طريق قطع مستقيمة متصاعدة حسب تصاعد التكرارات التجميعية الصاعدة المقابلة لكل قيمة من قيم المتغير الإحصائي المدروس.

أما **التكرار المتجمع النازل** فيمثل عن طريق قطع مستقيمة متنازلة حسب تنازل التكرارات المتجمعة النازلة، حيث أن القطعة المستقيمة الأولى تقابل مجموع التكرارات وأصغر قيمة للمتغير المدروس والقطعة الثانية تقابل مجموع التكرارات ناقص التكرار البسيط الأول مع القيمة الثانية للمتغير الإحصائي وهكذا." [1]

مثال رقم 02-06: باستخدام معطيات المثال 02-03 مثل بيانيا التوزيع التكراري المتجمع الصاعد والنازل.

حل المثال رقم 02-06:

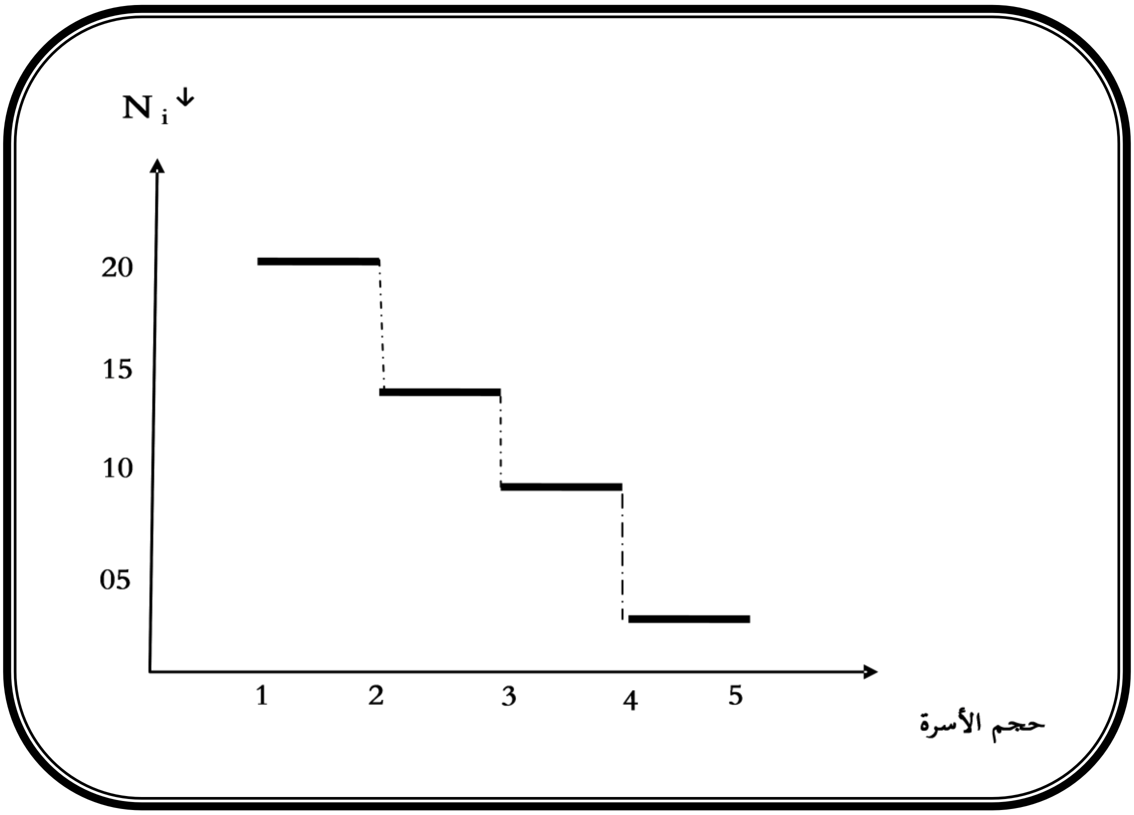
الشكل رقم 02-02: التمثيل البياني للتكرار المتجمع الصاعد لتوزيع 20 أسرة حسب عدد أفرادها ببلدية تيارت



المصدر: من إعداد الباحثة بناءا على بيانات فرضية

[1] جلاطو جيلالي، **مرجع سبق ذكره،** ص 18،19.

الشكل رقم 02-03: التمثيل البياني للتكرار المتجمع النازل لتوزيع 20 أسرة حسب عدد أفرادها ببلدية تيارت



المصدر: من إعداد الباحثة بناءا على بيانات فرضية

2- عرض البيانات في حالة متغير كمي متصل:

تعتبر المتغيرات الكمية المتصلة أو المستمرة هي أكثرالمتغيراتاستخداماويمكنأنتأخذ مفرداتها أرقام صحيحة وكسرية فهي تأخذ كل القيم الممكنة.

2-1- التوزيع التكراري المطلق:

كما رأينا سابقا فإن المتغير الكمي المتصل يقبل عدد غير متناهي من القيم، ولتعذر وضع كل هذه القيم في جدول وصعوبة قراءةففي شكل قيم فردية كما هو الحال في المتغير الكمي المنفصل، فنلجأ في هذه الحالة إلى تجميع هذه البيانات في شكل مجموعات جزئية تسمى الفئات، ولتكوين جدول التوزيع التكراري نتبع الخطوات التالية:

2-1-1- تحديد عدد الفئات:

إن استخدام عدد قليل من الفئات يؤدي إلى تسهيل العمليات الحسابية مع انخفاض الدقة، بينما يؤدي زيادة عدد الفئات إلى كثرة العمليات الحسابية غير أنها تزيد من الدقة، ويتحدد عدد الفئات حسب ظروف الظاهرة المدروسة ووجهة نظر الباحث، " فليس هناك قاعدة نظرية لتحديد عدد الفئات، وإنما يشترط أن لا يكون عدد الفئات كثير جدا يفوق 15 فئة فيصبح الجدول ضخما يصعب تحليله وقراءته، أو يكون عدد الفئات قليل جدا أقل من 5 فئات فيصبح الجدول مبسط جدا أين يفقد حينها دقة وتفاصيل البيانات." [1]

اجتهد بعض العلماء في وضع معادلات متفق عليها تمكن من تحديد عدد الفئات ونذكر منها:

- معادلة ستورجس (Staurges) :

يتحدد عدد الفئات حسب قاعدة ستورجس بالعلاقة التالية: [2]

$$\boxed{K = 1 + 3.322 \log(n)}$$

K: عدد الفئات

n: عدد القيم

Log: اللوغاريتم العشري.

- معادلة يول (Yule) :

يتحدد عدد الفئات حسب يول بالعلاقة التالية: [3]

$$\boxed{K = 2.5\ \sqrt[4]{n}}$$

K: عدد الفئات

n: عدد القيم

[1] ساعد بن فرحات، عبد الحميد قطوش، **مرجع سبق ذكره،** ص 30.

[2] مصطفى زايد، **مرجع سبق ذكره،** ص 65.

[3] عبد الناصر رويسات، **مرجع سبق ذكره،** ص 07.

2-1-2- طول الفئة:

يتم تحديد طول الفئة بقسمة المدى العام لقيم المتغير وهو المجال الذي تنتشر فيه البيانات أي الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة على عدد الفئات الذي تم تحديده.[1]

$$L = \frac{R}{K} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \text{طول الفئة}$$

المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة

$$R = X_{max} - X_{min}$$

يفضل استخدام الفئات المتساوية الطول، إلا أنه في بعض الحالات يمكن أن يستخدم الفئات غير المتساوية، من هذه الحالات مايلي:

- إذا كان الغرض من الدراسة هو الاهتمام ببعض الفئات والتركيز عليها وإهمال باقي الفئات، فيمكن عندها دمج الفئات التي لا تهم الباحث في فئة واحدة؛
- إذا كان التكرار لبعض الفئات صغير جدا مقارنة بباقي الفئات، يمكن دمج هذه الفئات معا.

إذا كان التوزيع التكراري الذي أطوال فئاته متساوية بالتوزيع التكراري المنتظم، أما إذا كانت فئاته غير متساوية الطول فيسمى توزيع تكراري غير منتظم.[2]

3-1-2- تحديد حدود الفئة:

تتميز كل فئة بحد أدنى وحد أعلى، في أغلب الأحيان الحد الأعلى لا يكون فعليا فمثلا إذا كانت لدينا الفئة التالية: **[أ – ب[**، فإن ب لا يعتبر حدا فعليا أي ب لا ينتمي إلى الفئة

يتم تحديد الفئات وفق عددها على أن تكون بداية الفئة الأولى هي أصغر قيمة أي أ = X_{min}، والحد الأعلى للفئة الأخيرة أكبر من X_{max}

---

[1] مصطفى زايد، **مرجع سبق ذكره**، ص 66.

[2] كامل فليفل، فتحي حمدان، **الإحصاء**، الطبعة الأولى، دار المناهج للنشر والتويع، عمان، الأردن، 2013، ص 25

2-1-4- مراكز الفئات:

كل فئة لها مركز أي القيمة التي تقع في منتصف الفئة، يرمز له بالرمز C ويحسب بالعلاقة التالية:[1]

$$\boxed{\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الادنى الفئة} + \text{الحد الاعلى الفئة}}{02}}$$

2-1-5- تحديد عدد التكرارات أو عدد قيم المتغير في كل فئة:

يتم تحديد عدد قيم المتغير التي تقع في كل فئة وهذا ما يسمى بالتكرار n_i، حيث عند تفريغ البيانات فإنه يجب أن تنتمي كل مفردة إلى فئة واحدة فقط.

مثال رقم 02-07: تمثل البيانات التالية كمية المبيعات بآلاف الدينار لـــ 50 محل تجاري.

36	45	31	28	41	32	29	26	48	32
30	28	33	27	40	31	30	40	35	45
32	37	36	31	35	33	38	39	41	30
38	42	35	33	36	38	39	37	45	23
36	46	30	35	32	5	43	37	2	34
					X_{max}			X_{min}	

المطلوب: حدد عدد الفئات باستخدام معادلة Sturgers وباستخدام معادلة Yule ثم كون جدول التوزيعالتكراري.

حل المثال رقم 02-07:

- تحديد عدد الفئات باستخدام معادلة Sturgers:

$$K = 1 + 3.322 \log (n)$$

---

[1] كامل فليفل، فتحي حمدان، **مرجع سبق ذكره**، ص 25

$$K = 1 + 3.322 \log 50 = 6.64 \approx 07$$

- تحديد عدد الفئات باستخدام معادلة Yule :

$$\mathbf{K = 2.5\ \sqrt[4]{n}}$$

$$K = 2.5\ \sqrt[4]{50}$$

$$K = 6.64 \approx 07$$

- حساب طول الفئة:

$$\mathbf{L = \frac{R}{K} = \frac{51 - 22}{07} \approx 04}$$

- تكوين جدول التوزيع التكراري:

الجدول رقم 02-06: توزيع 50 محل تجاري حسب كمية المبيعات بآلاف الدينار

C_i	n_i	x_i
24	02	]26 - 22]
28	04	]30 - 26]
32	14	]34 - 30]
36	12	]38- 34]
40	09	]42- 38]
44	05	]46- 42]
48	02	]50- 46]
52	01	]54- 50]
/	50	Σ

المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

$\mathbf{n_4}$: هناك 12 محل تجاري عدد مبيعاته تتراوح ما بين 34 و 38 ألف دينار.

2-2- التوزيع التكراري النسبي و المتجمع:

يتم حساب التكرار النسبي والتكرار النسبي المئوي والتكرار المتجمع الصاعد والنازل والتكرار المتجمع النسبي بنفس الطريقة المذكورة في التوزيع التكراري للمتغير الكمي المنفصل.

مثال رقم 02-08: الجدول التالي يمثل كمية الألبان التي تنتجها 50 بقرة باللتر في اليوم الواحد بأحد المزارع.

الجدول رقم 02-07: توزيع كمية الالبان التي تنتجها 50 بقرة باللتر في اليوم الواحد.

كمية الألبان	] 4 - 0]	] 8 - 4]	]12- 8]	]16 - 12]	]20- 16]	المجموع
عدد الأبقار	03	15	20	10	02	50

المصدر: من إعداد الباحثة بالاعتماد على بيانات فرضية

المطلوب: أحسب التكرارات النسبية والنسبية المئوية والتكرارات المتجمعة المطلقة والنسبية والنسبية المئوية، واشرح $f_2\ \%$، $N_3^{\uparrow}$، $N_4^{\downarrow}$، $F_2^{\uparrow}\%$، $F_5^{\downarrow}\%$

حل المثال رقم 02-08 :

الجدول رقم 02-08: التوزيع التكراري المطلق والنسبي والمتجمع لكمية الألبان المنتجة لــ 50 بقرة في اليوم الواحد.

x_i	n_i	f_i	$f_i\ \%$	$N_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}\%$	$F_i^{\downarrow}\%$
] 4 - 0]	03	0.06	06	03	50	0.06	01	06	100
] 8 - 4]	15	0.3	30	18	47	0.36	0.94	36	94
]12- 8]	20	0.4	40	38	32	0.76	0.64	76	64
]16- 12]	10	0.2	20	48	12	0.96	0.24	96	24
]20- 16]	02	0.04	04	50	02	01	0.04	100	04
المجموع	50	01	100	/	/	/	/	/	/

المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

f_2 %: هناك 30% من الأبقارالتي كمية انتاجها للالبان تتراوح ما بين 4 إلى 8 لتر في اليوم.

$N_3^{\uparrow}$: هناك 38 بقرة من بين 50 بقرة كمية انتاجها للألبان أقل تماما من 12 لتر في اليوم.

$N_4^{\downarrow}$: هناك 12 بقرة منبين 50 بقرة كمية انتاجها للألبان أكبرأوتساوي 12 لتر في اليوم.

$F_2^{\uparrow}$ %: هناك63 % من الأبقارالتي كمية انتاجها للالبان أقل تماما من 8 لتر في اليوم.

$F_5^{\downarrow}$ %: هناك04% من الأبقارالتي كمية انتاجها للالبان أكبر أو تساوي لتر في اليوم.

2-2- التمثيل البياني للتوزيع التكراري في حالة متغير كمي متصل:

- في حالة فئات متساوية الطول:

يمثل التوزيع التكراري المطلق والنسبي للمتغير الكمي المتصل اذا كانتالفئات متساوية الطول أي قاعدة المقارنة ثابتة، عن طريق **المدرج التكراري،** "وهو عبارة عن مستطيلات متجاورة يخصص كل مستطيل لإحدى الفئات، بحيث تتناسب مساحة المستطيلات مع تكرارات الفئات، يخصص محور الأفقي للفئات، إما المحور العمودي فيخصص للتكرارات المقابلة لها." [1]

وإذا ربطنا مراكز الفئات بواسطة خطوط مستقيمة مع بعضها البعض نتحصل على **المضلع التكراري،** " وهو مضلع مغلق نحصل عليه برصد نقاط مركز الفئة على المحور الافقي والتكرار على المحور العمودي لتكون نقاط تمثل رؤوس المضلع، نصل بين هذه النقاط بخطوط مستقيمة."[2]

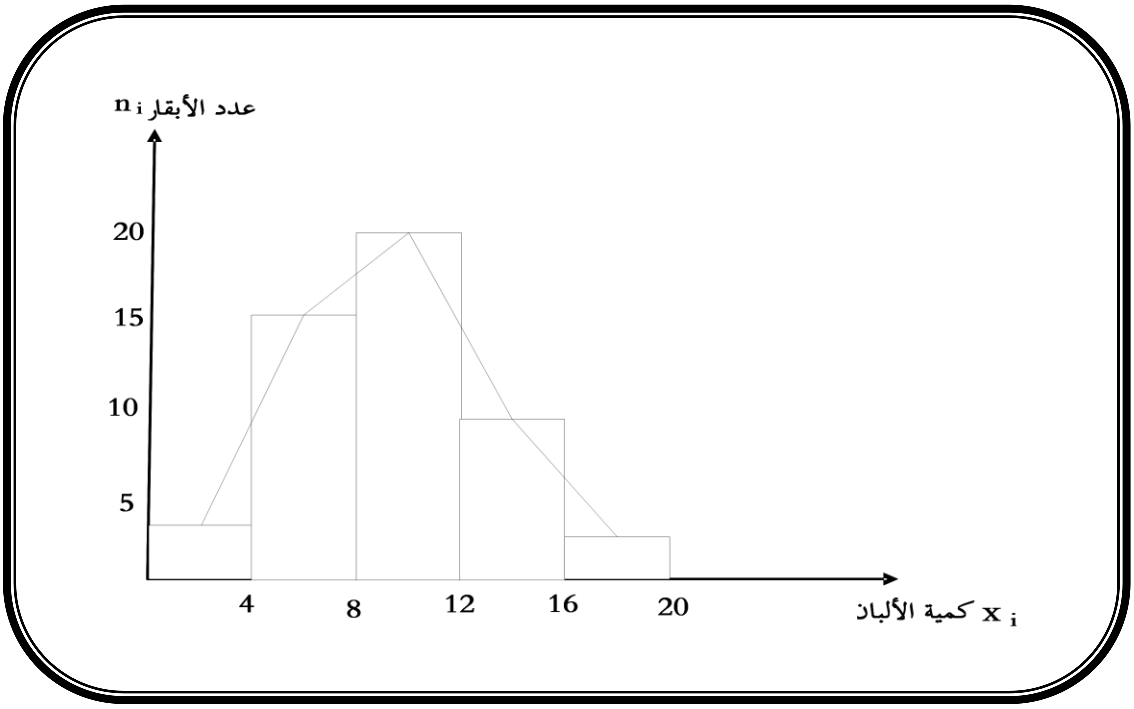
مثال رقم 02-09: بالاعتماد على معطيات المثال رقم 02-08 مثل بيانيا التوزيع التكراري المعطى.

[1] مصطفى زايد، **مرجع سبق ذكره،** ص 79.

[2] كامل فليفل، فتحي حمدان، **مرجع سبق ذكره،** ص 26

حل المثال رقم 02-09:

الشكل رقم 02-04: التمثيل البياني لتوزيع كمية الألبان المنتجة لــ 50 بقرة في اليوم الواحد باستخدام المدرج والمضلع التكراري



المصدر: من إعداد الباحثة بناءا على بيانات فرضية

- في حالة فئات غير متساوية الطول:

" بصفة عامة يفضل عند اعداد جدول التوزيع التكراري أن تكون الفئات منتظمة أي متساوية الطول، إلا أن هناك بعض الظواهر يكون فيها استخدام الفئات غير المنتظمة أكثر ملاءمة لعرض الظاهرة مثل عند دراسة اعمار حالات الوفيات من الاطفال الأقل من سنة، حيث يكون عدد الوفيات في اللحظات الأولى من الولادة كبيرا ثم يقل هذا العدد تدريجيا بزيادة الطفل، في هذه الحالة تكون أطوال الفئات غير متساوية الطول هي المناسبة في هذا المثال." [1]

" فبالتالي إذا كانت فئات التوزيع غير متساوية الطول نقوم بتعديل التكرارات لأن قاعدة المقارنة غير ثابتة، حتى يكون هناك تناسب بين طول الفئة والتكرار المقابل لها، أي إيجاد عدد الوحدات الإحصائية الموزعة على

[1] مصطفى زايد، **مرجع سبق ذكره،** ص 69.

وحدة قياس معينة "[1]، وذلك باستخدام العلاقة التالية:[2]

$$\boxed{n_i^* = \frac{n_i}{L_i} \times L^*}$$

n_i^*: التكرار المعدل.

n_i : التكرار المطلق.

L_i : طول الفئة.

L^* : طول الفئة الشائع وهو القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات.

مثال رقم 02-09:الجدولالتالييمثلتوزيع100 عاملحسبالدخلاليوميللفرد.

الجدول رقم 02-09: توزيع100 عاملحسبالدخلاليوميللفرد.

فئات الاجور	[20-25[	[25-35[	[35-40[	[40- 55[	[55- 75[	[75- 80[	Σ
عدد العمال	05	15	20	25	30	05	100

المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

المطلوب: مثل بيانيا التوزيع التكراري أعلاه.

حل مثال رقم 02-09:

بما أن الفئات غير متساوية الطول يجب تصحيح التكرارات قبل تمثيلها، حيث:

$$n_i^* = \frac{n_i}{L_i} \times L^*$$

طول الفئة الشائع: $L^* = 05$

[1] جيلالي جلاطو، **مرجع سبق ذكره**، ص 23.

[2] حيدوشي عاشور، **مرجع سبق ذكره**، ص 30.

التكرار المعدل كما هو موضح في الجدول التالي:

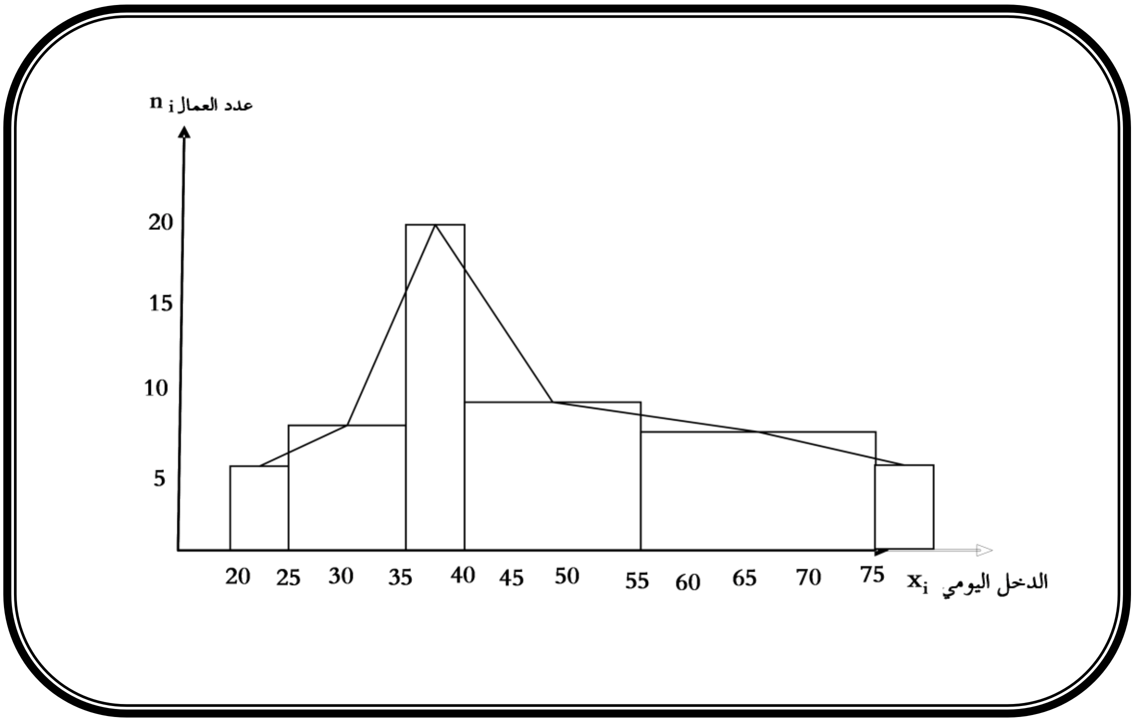
الجدول رقم 02-10: توزيع التكراري المعدل100 عامل حسب الدخل اليومي للفرد.

الفئات	n_i	L_i	n_i^*
[20-25[	05	05	05
[25-35[	15	10	7,5
[35-40[	20	05	20
[40- 55[	25	15	8.33
[55- 75[	30	20	7.5
[75- 80[	05	05	05
Σ	100	/	/

المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

- التمثيل البياني بعد تعديل التكرارات:

الشكل رقم 02-05: التمثيل البياني لتوزيع 100 عامل حسب الدخل اليومي للفرد



المصدر: من اعداد الباحثة بناءا على معطيات فرضية.

2-4- التمثيل البياني للتوزيع التكراري المتجمع:

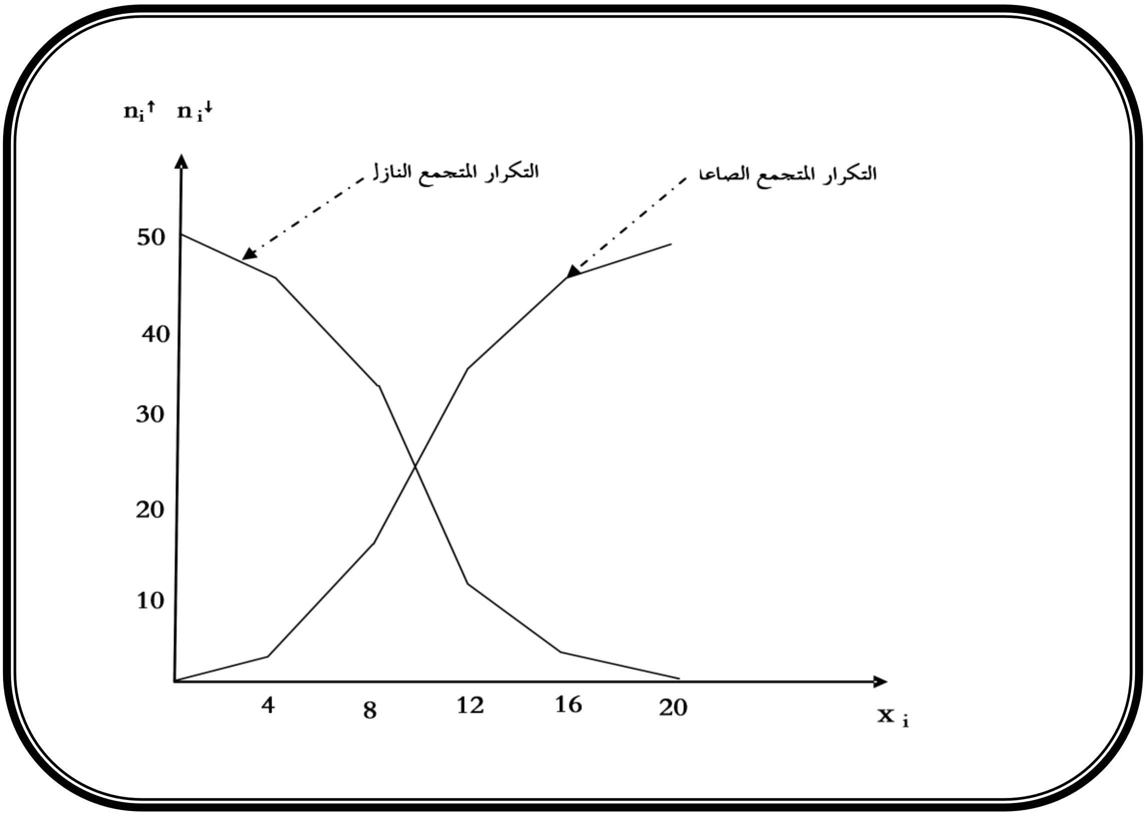
"يمثل التكرار المتجمع الصاعد عن طريق منحنى يرسم بإيصال مجموعة من النقاط ذات الإحداثيات التالية: الحدود العليا للفئات مع التكرار المتجمع الصاعد المقابل للفئات.

أما التكرار المتجمع النازل فيمثل أيضا بمنحنى يرسم بإيصال مجموعة من النقاط ذات الإحداثيات التالية: الحدود الدنيا للفئات مع التكرار المتجمع النازل المقابل للفئات." [1]

مثال رقم 02-10: بالاعتماد على معطيات المثال رقم 02-08 مثل بيانيا التوزيع التكراري المتجمع الصاعد والنازل.

حل المثال رقم 02-10:

الشكل رقم 02-06: التمثيل البياني للتكرار المتجمع لتوزيع 100 عامل حسب الدخل اليومي للفرد



المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

[1] جلاطو جيلالي، **مرجع سبق ذكره**، ص 26.

3- عرض البيانات في حالة متغير كيفي القابل للترتيب:

كما ذكرنا سابقا فإن المتغيرات الكيفية القابلة للترتيب هي التي لا تأخذ قيما عددية وإنما تكون في شكل صفات أو أنواع قابلة للترتيب.

3-1- التوزيع التكراري للمتغير الكيفي القابل للترتيب:

لتكوين جدول توزيع تكراري للبيانات الكيفية القابلة للترتيب نحتاج إلى إعداد جدول مكون من العمود الأول الذي يخصص لأنواع المتغير بعد ترتيبها والعمود الثاني يخصص للتكرار المطلق، وكذلك التكرار النسبي والنسبي المئوي، إضافة إلى التكرار المتجمع الصاعد والنازل المطلق والنسبي.

مثال رقم 02- 11: البيانات التالية تمثل درجة رضا 100 زبون لأحد المحلات التجارية عن منتج معين:

منخفضة جدا	عالية جدا	متوسطة	عالية جدا	منخفضة	متوسطة	منخفضة جدا	متوسطة
عالية	متوسطة	عالية	منخفضة جدا	منخفضة	متوسطة	عالية	متوسطة
منخفضة جدا	متوسطة	منخفضة	عالية جدا	عالية	عالية	منخفضة	عالية
عالية	عالية	متوسطة	منخفضة جدا	متوسطة	منخفضة	متوسطة	متوسطة
متوسطة	متوسطة	عالية جدا	عالية	متوسطة	عالية جدا	منخفضة جدا	عالية
عالية جدا	متوسطة	متوسطة	متوسطة	عالية	متوسطة	عالية	عالية جدا
عالية جدا	عالية	عالية	منخفضة جدا	عالية	عالية جدا	عالية	عالية جدا
متوسطة	منخفضة	متوسطة	عالية	متوسطة	متوسطة	عالية	منخفضة جدا
عالية	متوسطة	عالية	متوسطة	عالية جدا	عالية	متوسطة	متوسطة
متوسطة	عالية	عالية	عالية	منخفضة	منخفضة	عالية	منخفضة جدا
منخفضة جدا	منخفضة	متوسطة	عالية جدا	عالية	عالية جدا	متوسطة	عالية جدا
متوسطة	متوسطة	منخفضة	عالية	متوسطة	متوسطة	عالية	متوسطة
عالية	متوسطة	عالية جدا	عالية				

المطلوب: اعداد جدول التوزيع التكراري باستخدام التكرار المطلق والنسبي و النسبي المئوي و المتجمع المطلق والنسبي والنسبي المئوي.

حل المثال رقم 02- 11:

الجدول رقم 02-11: توزيع 100 زبون لدرجة الرضا عن منتج معين بأحدى المحلات التجارية.

x_i	n_i	f_i	$f_i\%$	$N_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow\%}$	$F_i^{\downarrow\%}$
عالية جدا	15	0.15	15	15	100	0.15	01	15	100
عالية	30	0,3	30	45	85	0.45	0.85	45	85
متوسطة	35	0,35	35	80	55	0.8	0.55	80	55
منخفضة	10	0,1	10	90	20	0.9	0.2	90	20
منخفضة جدا	10	0.1	10	100	10	01	0.1	100	10
المجموع	100	01	100	/	/	/	/	/	/

المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

2-3- التمثيل البياني للمتغير الكيفي القابلللترتيب:

يمثل المتغير الكيفي القابلللترتيبباستخدام **العمود المجزأ** هو عبارة عن مستطيل مقسم إلى عدة أجزاء، "حيث أن كل جزء منه يقابل تكرار معين للخاصية المدروسة، ومن الأفضل عند رسم العمود المجزأ استعمال النسب المئوية المقابلة لكل تكرار" [1]، حيث طول المستطيل هو 100 %

مثال رقم 02-12:

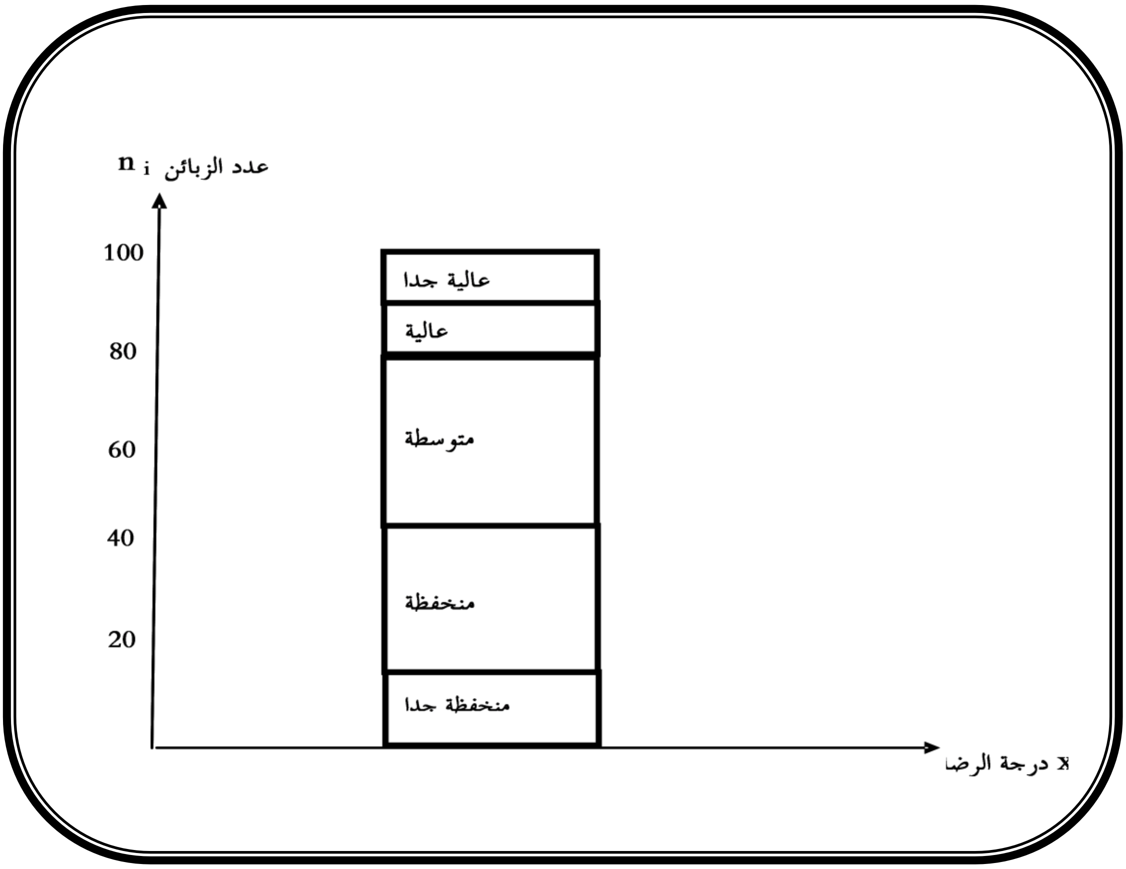
بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-11 مثل بيانيا التوزيع التكراري المعطى.

حل المثال رقم 02-12:

بما أن المتغير الإحصائي المدروس هو متغير كيفي قابل للترتيب فيمثل عن طريق العمود المجزأ كما هو موضح في الشكل التالي:

[1] جلاطو جيلالي، **مرجع سبق ذكره**، ص 21.

الشكل رقم 02- 07: التمثيل البياني لتوزيع لــ 100 زبون حسب درجة الرضا عن منتج معين بإحدى المحلات التجارية عن طريق العمود المجزأ



المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

4- عرض البيانات للمتغير الإحصائي الكيفي غير القابل للترتيب:

4-1- التوزيعالتكراري:

إذا كان المتغير المدروس كيفيا غير قابل للترتيب فإن جدول التوزيع التكراري يحتوي على أنواع المتغير في العمود الأول وكذلك التكرار المطلق التكرار والنسبي والنسبي المئوي، أما التكرار المتجمع الصاعد والنازل المطلق والنسبي فليس له معنى.

مثال رقم 02-13:

تمثل البيانات التالية توزيع عينة من 40 فرد من الجالية المغاربية في فرنسا حسب البلد الأصلي:

المغرب	المغرب	المغرب	المغرب	المغرب	تونس	المغرب	الجزائر	تونس	المغرب
تونس	الجزائر	تونس	الجزائر	الجزائر	ليبيا	المغرب	المغرب	الجزائر	المغرب
الجزائر	المغرب	الجزائر	تونس	المغرب	تونس	الجزائر	ليبيا	تونس	المغرب
الجزائر	المغرب	المغرب	الجزائر	تونس	الجزائر	تونس	المغرب	ليبيا	الجزائر

المطلوب: اعداد جدول التوزيع التكراري باستخدام التكرار المطلق والنسبي و النسبي المئوي.

حل المثال رقم 02-13:

الجدول رقم 02-12: التوزيع التكراري المطلق والنسبي لــ 40 فرد من الجالية المغاربية في فرنسا حسب البلد الأصلي.

البلد الأصلي x_i	عدد الأفراد n_i	f_i	f_i %
الجزائر	12	0.3	30
المغرب	16	0.4	40
تونس	09	0.225	22.5
ليبيا	03	0.075	7.5
المجموع	40	01	100

المصدر: من اعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

4-2- التمثيل البياني للمتغير الكيفي القابلللترتيب:

يمثل المتغير الكيفي القابل للترتيب استخدام الدائرة البيانية أو الأعمدة المستطيلة.

4-2-1- الدائرة البيانية:

" هوعبارة عن دائرة مقسمة إلى عدة أجزاء، ويتم ذلك بتقسيم مساحة هذه الدائرة والتي قدرها 360 درجة كل عدد من الزوايا المركزية بحيث تتناسب درجات كل زاوية مع التكرارات المقابلة لكل خاصية من الخصائص المدروسة، يتم حساب الزوايا المركزية باستخدام العلاقة التالية:" [1]

[1] مصطفى زايد، **مرجع سبق ذكره**، ص 76.

$$360 \times \frac{\mathbf{ni}}{\mathbf{n}} = \text{الزاوية المركزية}$$

ثم نقوم بإضافة عمود إلى جدول المعطيات يحتوي على الزوايا المركزية المقابلة لكل تكرار.

4-2-1- الاعمدة المستطيلة :

هي عبارة عن مستطيلات متباعدة بمسافات ثابتة ولها قواعد متساوية تتناسب أطوالها مع التكرارات المقابلة لمكونات الخاصية المدروسة.

مثال رقم 02-14:

بالإعتماد على معطيات المثال 02-13 مثل بيانيا التوزيع التكراري المعطى.

حل المثال رقم 02-14:

بما أن المتغير الإحصائي المدروس هو متغير كيفي قابل للترتيب فيمثل عن طريق الدائرة البيانية أو عن طريق الأعمدة المستطيلة.

- عن طريق الدائرة البيانية:

نقوم أولا بحساب الزوايا المركزية:

$$108 = 360 \times \frac{12}{40} = \text{الزاوية المركزية لأفراد الجزائر}$$

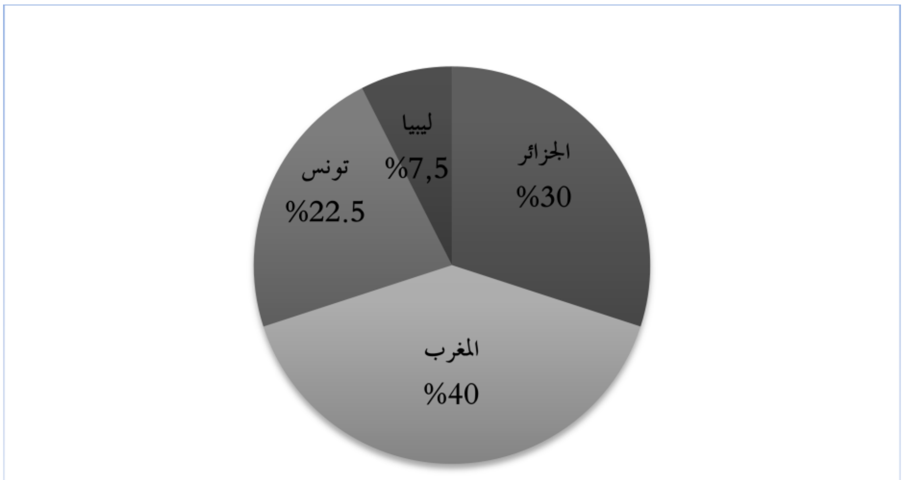
$$144 = 360 \times \frac{16}{40} = \text{الزاوية المركزية لأفراد المغرب}$$

$$81 = 360 \times \frac{09}{40} = \text{الزاوية المركزية لأفراد تونس}$$

$$27 = 360 \times \frac{03}{40} = \text{الزاوية المركزية لأفراد ليبيا}$$

نقوم بتمثيل بالإعتماد على الدائرة البيانية:

الشكل رقم 02-08: التمثيل البياني لتوزيع 40 فرد من الجالية المغاربية في فرنسا حسب البلد الأصلي باستخدام الدائرة البيانية.



المصدر:من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

- عن طريق الأعمدة المستطيلة:

الشكل رقم 02-08: التمثيل البياني لتوزيع 40 فرد من الجالية المغاربية في فرنسا حسب البلد الأصلي باستخدام الأعمدة المستطيلة.

المصدر:من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

5- تمارين المحور الثاني:

5-1- تمارين محلولة:

التمرين الأول:

لدراسة مستوى طلبة السنة الأولى علوم اقتصادية بجامعة تيارت في مقياس الإحصاء، تم سحب عينة مكونة من 80 طالب، وكانت نقاط هؤلاء الطلبة كما يلي:

07	11	10	10	14	08	11	09	10	09	10	12	11	10	11	09
09	10	09	05	12	11	14	06	08	14	10	08	05	14	09	10
07	11	10	10	09	10	05	09	10	03	06	12	11	10	05	10
10	05	09	12	09	03	10	06	10	09	10	09	10	09	10	09
09	08	10	10	08	07	12	10	11	07	10	08	07	10	06	05

المطلوب:

1- حدد المجتمع، الوحدة الإحصائية، المتغير الإحصائي ونوعه.

2- لخص هذه البيانات في جدول التوزيع التكراري وذلك بحساب التكرارات المطلقة، النسبية، التكرارات المتجمعة الصاعدة.

3- ما هو عدد الطلبة الذين تحصلوا على10 أو أكثر؟

4- ما هو عدد الطلبة الذين تحصلوا على 11 أو أقل؟

حل التمرين الأول:

1- المجتمع الإحصائي، المتغير الإحصائي ونوعه:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	نوعه
طلبة السنة الأولى علوم اقتصادية بجامعة تيارت	الطالب الواحد	نقاط مقياس الإحصاء	كمي منفصل

2- جدول التوزيع التكراري:

$N_i^{\downarrow}$	$N_i^{\uparrow}$	$f_i\%$	f_i	n_i	x_i
80	02	2.5	0.025	02	03
78	08	7.5	0.075	06	05
72	12	05	0.05	04	06
68	17	6.25	0.0625	05	07
63	23	7.5	0.075	06	08
57	38	18.75	0.1875	15	09
42	63	31.25	0.3125	25	10
17	71	10	0.1	08	11
09	76	6.25	0.0625	05	12
04	80	05	0.05	04	14
/	/	100	01	80	Σ

3- عدد الطلبة الذين تحصلوا على10 أو أكثر:

يتم تحديد عدد الطلبة الذين تحصلوا على 10 أو أكثر من خلال التكرار المتجمع النازل المقابل للقيمة 10 و هو 42 طالب.

4- عدد الطلبة الذين تحصلوا على11 أو أقل:

يتم تحديد عدد الطلبة الذين تحصلوا على 11 أو أقل من خلال التكرار المتجمع الصاعد المقابل للقيمة 10 و هو 71 طالب.

التمرين الثاني:

تم إجراء دراسة على أوزن الخرفان، وذلك على عينة من 80 خروفا، فكانت النتائج التالية:

38	25	21	31	15	26	34	37	30	23	26	31	20	32	27	26
25	27	37	29	31	25	29	22	38	21	34	16	30	32	21	28
35	25	24	26	15	32	20	27	29	16	27	22	21	30	20	26

26 35 19 29 28 23 30 15 23 21 28 29 19 21 30 35

15 22 25 25 16 25 23 29 30 27 17 25 34 28 22 25

المطلوب:

1- تحديد المتغير الإحصائي المدروسونوعه.

2- وضع هذه البيانات في جدول توزيع تكراري إذا علمت أن طول الفئة 05

3- إيجاد التكرار النسبي والنسبي المئوي.

4- إيجاد التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة المطلقة والنسبية.

5- رسم المدرج والمضلع التكراري.

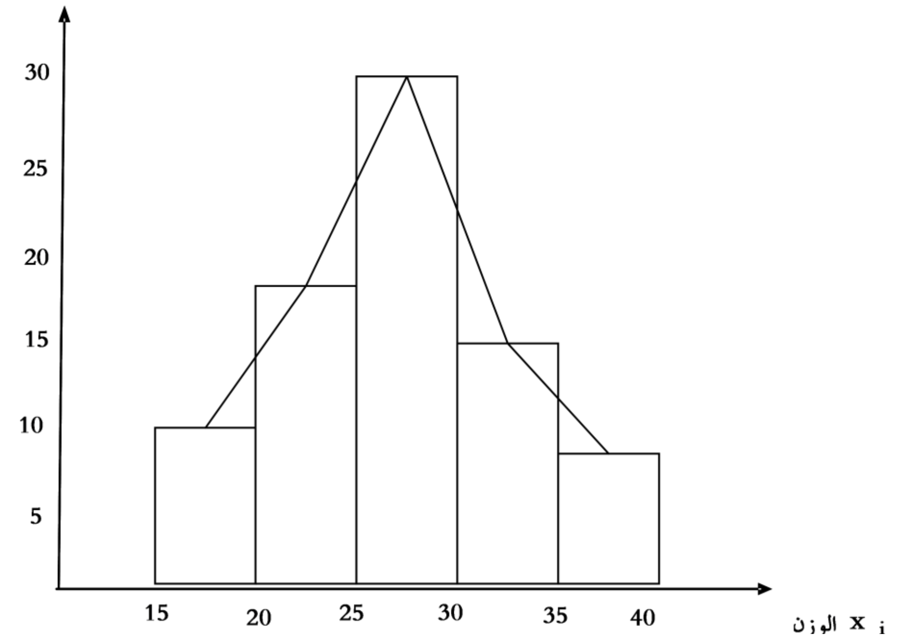
حل التمرين الثاني:

1- تحديد المتغير الإحصائي المدروس ونوعه:

المتغير الإحصائي	نوعه
أوزان الخرفان	كمي متصل

2- جدول التوزيع التكراري:

الوزن x_i	عدد الخرفان n_i	f_i	f_i%	$N_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$ %	$F_i^{\downarrow}$%
]20 - 15]	10	0.125	12.5	10	80	12.5	100
]25–20]	18	0.225	22.5	28	70	35	87.5
]30–25]	30	0.375	37.5	58	52	72.5	65
]35 - 30]	15	0.1875	18.75	73	22	91.25	27.5
]40 -35]	07	0.0875	8.75	80	07	100	8.75
Σ	**80**	01	100	/	/	/	/



التمرين الثالث:

سحبت عينة من 30 مزرعة للتعرف على مردوديتها من القمح (بالطن) خلال موسم ما، فكانت النتائج كالآتي:

25	20	14	12	16	17	16	12	21	20
15	12	16	14	20	29	14	20	22	17
12	22	15	14	25	20	17	15	20	14

1- عين المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية والمتغير الإحصائي ونوعه.

2- عين الفئات باستخدام طريقتين.

3- أحسب التكرا رات n_i، f_i، N_i، N_i.

الحل:

1- تعيين المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية والمتغير الإحصائي وطبيعته:

المجتمع الإحصائي	الوحدة الإحصائية	المتغير الإحصائي	طبيعته
المزارع	المزرعة	مردودية لقمح	كمي متصل

2- تعيين الفئات:

- حساب عدد الفئات:

$$K = 1 + 3.322 \log n$$

$$= 1 + 3.322 \log 30 = 5.9 = 06$$

$$K = 2,5\sqrt[4]{n}$$

$$= 2.5\sqrt[4]{30} = 5.85 = 06$$

- حساب طول الفئة:

$$L = \frac{R}{K} = \frac{max_x - min_x}{k} = \frac{29 - 12}{06} = 03$$

3- حساب n_i، f_i، N_i، N_i

N_i .	N_i	f_i	n_i	الفئات
30	09	0,3	09	]15 - 12]
21	18	0,3	09	]18 - 15]
12	24	0,2	06	]21 - 18]
06	27	0,1	03	] 24 - 21]
03	29	0,066	02	]27–24]
01	30	0,033	01	]30–27]
/	/	01	30	المجموع

التمرين الرابع:

ليكن لدينا توزيع 150 طالب حسب التخصص في كلية العلوم الاقتصادية بجامعة ابن خلدون تيارت.

التخصص	تسيير	إدارة مالية	محاسبة	تأمينات وبنوك	تسويق
التكرارات	29	10	34	49	28

المطلوب:

1- حدد المجتمع ثم المتغير الإحصائي ونوعه

2- أحسب التكرار النسبي و النسبي المئوي.

3- اشرح n_2، n_4،$f_2\%$.

4- مثل التوزيع بيانيا.

حل التمرين الرابع:

1- المجتمع الإحصائي، المتغير الإحصائي ونوعه:

- **المجتمع الإحصائي:** 150 طالب في كلية العلوم الاقتصادية بجامعة ابن خلدون تيارت.
- **المتغير الإحصائي:**التخصص.

نوعه: كيفي غير قابل للترتيب.

2- حساب التكرار النسبي و النسبي المئوي:

x_i	n_i	f_i	$f_i\%$
تسيير	29	0.193	19.3
إدارة مالية	10	0.066	6,6
محاسبة	34	0.227	22.7
تأمينات وبنوك	49	0.327	32.7
تسويق	28	0.187	18.7
المجموع	150	01	100

3- شرح n_2، n_4، $f_3\%$:

n_2: هناك 10 طلبة من بين 150 طالب في كلية العلوم الاقتصادية بجامعة ابن خلدون تيارت مسجلين في التخصص إدارة مالية.

n_4: هناك 49 طلبة من بين 150 طالب في كلية العلوم الاقتصادية بجامعة ابن خلدون تيارت مسجلين في التخصص تأمينات وبنوك.

$f_3\%$: هناك نسبة 22.7 % من عينة الطلبة المسحوبة من كلية العلوم الاقتصادية بجامعة ابن خلدون تيارت مسجلين في التخصص محاسبة.

4- التمثيل البياني:

بما أن المتغير الإحصائي المدروس هو متغير كيفي قابل للترتيب فيمثل عن طريق الدائرة البيانية أو عن طريق الأعمدة المستطيلة.

- باستخدام الدائرة البيانية:

نقوم أولا بحساب الزوايا المركزية:

$$\text{الزاوية المركزية لطلبة االتسيير} = \frac{29}{150} \times 360 = 69.48$$

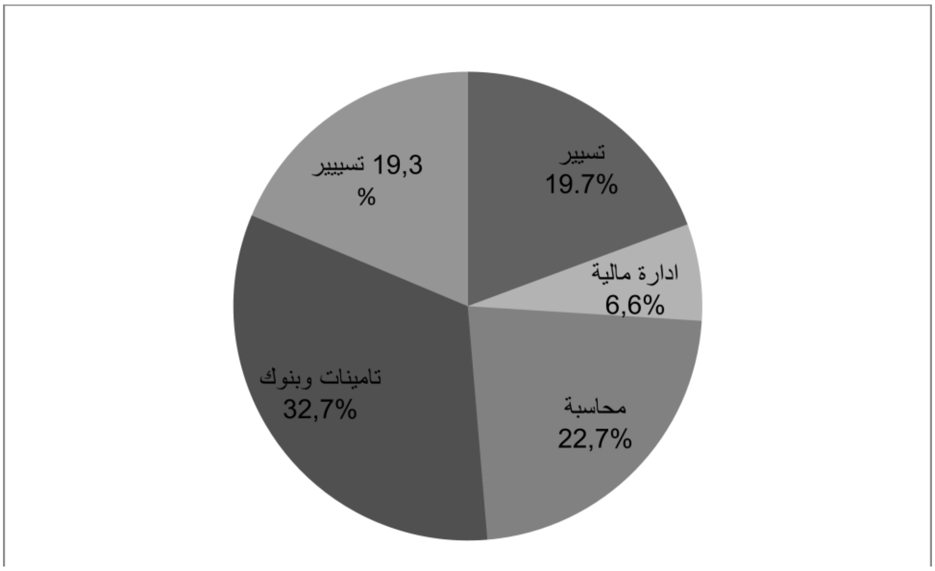
$$\text{الزاوية المركزية لطلبة ادارة مالية} = \frac{10}{150} \times 360 = 23.76$$

$$\text{الزاوية المركزية لطلبة المحاسبة} = \frac{34}{150} \times 360 = 81.72$$

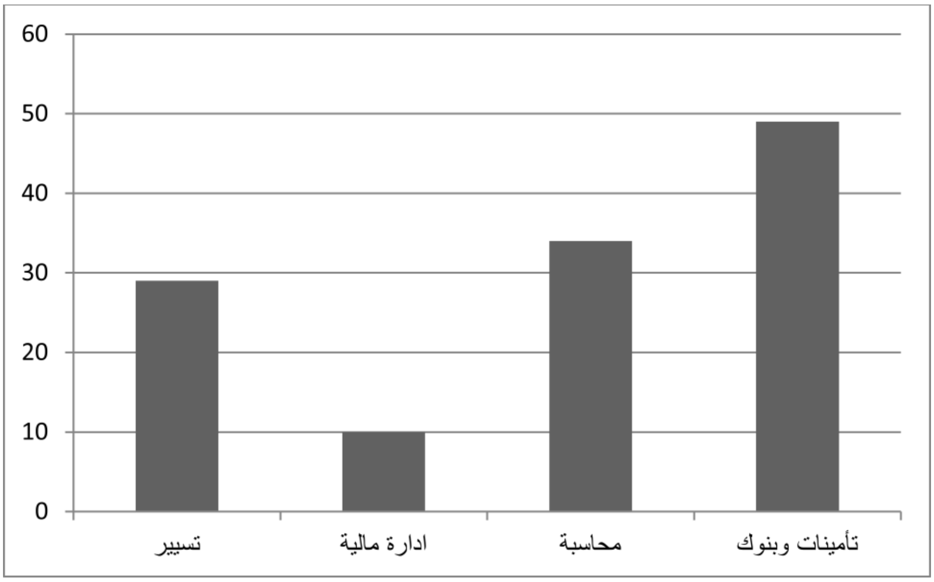
$$\text{الزاوية المركزية لطلبة تامينات و بنوك} = \frac{49}{150} \times 360 = 117.72$$

$$\text{الزاوية المركزية لطلبة التسويق} = \frac{28}{150} \times 360 = 67.32$$

نقوم بتمثيل بالإعتماد على الدائرة البيانية:



- عن طريق الأعمدة المستطيلة:



5-2- تمارين مقترحة:

التمرين الأول:

تريد احدى مؤسسات التسويق تقديم منتوج ما في إحدى المناطق، لذا ارادت معرفة القدرة الشرائية لسكان هذه المنطقة، فاختارت عينة عشوائية مكونة من 85 أسرة، وتحصلت على النتائج التالية المتعلقة بالدخل الشهري بآلاف الدينار:

12	32	12	15	10	33	36	27	30	16	38	31	18	25	18	36	30
17	12	34	16	30	17	12	16	16	28	19	28	11	12	25	33	13
29	15	12	10	29	27	35	22	16	23	22	18	23	36	18	40	18
28	24	36	20	25	40	26	38	29	21	18	33	11	28	14	27	34
12	28	39	37	15	19	15	16	30	33	15	16	23	19	21	25	18

المطلوب:

1- كون جدول التوزيع التكراري بعد تحديد الفئات باستخدام طريقة ستورجس ثم طريقة يول.

2- أحسب مختلف التكرارات.

3- مثل بيانيا التوزيع المعطى

4- مثل بيانيا التكرار المتجمع الصاعد والنازل.

التمرين الثاني:

البيانات التالية تمثل المستوى التعليمي لعينة مكونة من 40 فرد

جامعي	جامعي	متوسط	ابتدائي	جامعي	ابتدائي	ثانوي	متوسط	متوسط	ثانوي
ابتدائي	جامعي	متوسط	ابتدائي	ثانوي	متوسط	ثانوي	متوسط	ثانوي	جامعي
جامعي	ثانوي	ابتدائي	متوسط	متوسط	ثانوي	ثانوي	متوسط	ثانوي	جامعي
متوسط	ابتدائي	جامعي	ثانوي	ثانوي	ثانوي	متوسط	ثانوي	ابتدائي	متوسط

المطلوب:

1- عين المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية والمتغير الإحصائي ونوعه.

2- شكل جدول التوزيع التكراري بحساب التكرار المطلق والنسبي والتكرار المتجمع الصاعد والنازل.

3- مثل بيانيا التوزيع التكراري السابق.

4- اشرح التكرارات المتجمعة.

التمرين الثالث:

البيانات التالية تمثل عدد الغرف في المسكن الواحد لعينة من 64 مسكن ببلدية تيارت

3	2	3	4	1	3	3	2	3	2	3	5	4	2	3	1
3	3	1	5	4	3	3	3	2	3	1	4	5	2	3	2
2	3	1	3	2	3	2	1	4	3	4	5	2	1	3	2
3	3	2	4	3	1	3	3	3	2	5	4	3	2	3	4

1- حدد المتغير الإحصائي المدروس وطبيعته.

2- قم بتبويب البيانات المعطاة في جدول التوزيع التكراري.

3- مثل بيانيا المعطيات السابقة

4- اوجد التكرارات النسبية والتكرارات النسبية المئوية، والتكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة.

5- مثل بيانيا التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة.

التمرين الرابع:

ليكن لدينا التوزيع التكراري على الشكل التالي:

الفئات	التكرار n_i	N_i
]B - A]	n_1	10
]C - B]	n_2	30
]D - C]	n_3	70
] E - D]	n_4	90
]F – E]	n_5	100

إذا علمت أن طول الفئة عبارة عن جداء التكرار الأول في التكرار الأخير وأن الحد الأعلى للفئة الثالثة عبارة عن جداء تكرار الفئة الثانية في تكرار الفئة الرابعة.

المطلوب: اعد تكوين جدول التوزيع التكراري

المحور الثالث:
مقاييـــــس النزعة المركزية

سنتطرق من خلال هذا المحور إلى العناصر التالية:

1- المتوسط الحسابي
2- مشتقات المتوسط الحسابي
3- المنوال
4- الوسيط
5- مشتقات الوسيط
6- تمارين المحور الثالث

المحور الثالث: مقاييس النزعة المركزية.

نلاحظ من خلال البيانات الخاصة بأي ظاهرة سواء في صورتها الأولية أو بعد تلخيصها وتبويبها في جداول التوزيع التكراري" أنها تميل إلى التمركز حول قيمة معينة، وكلما ابتعدنا عن هذه القيمة فإن عدد المعلومات يبدأ في التناقص، نسمي هذه الظاهرة **بالنزعة المركزية."** [1]

أما القيم التي تتمركز حولها البيانات فتسمى **بمقاييس النزعة المركزية** وهي ميل معظم المفردات المختلفة للتجمع حول نقطة أو قيمة واحدة تسمى القيمة المتوسطة.

وميزة هذه القيم المتوسطة كقيم عددية وحيدة توفر لنا فكرة عامة عن البيانات، وتصف الظاهرة المدروسة مثل الجداول الإحصائية، ألا أنها أكثر اختصارا وأكثر فائدة، حيث تمكننا من المقارنة بين مجموعة من القيم ومجموعة أخرى، أو بين ظاهرة وأخرى.

هناك عدة مقاييس للتعبير عن هذه الظاهرة تختلف من خلال الدقة والمدلول الإحصائي ونذكر منها:

- المتوسط الحسابي ومشتقاته؛
- المنوال؛
- الوسيط ومشتقاته.

1- المتوسط الحسابي:

" يعتبر من أهم وأشهر مقاييس النزعة المركزية وأكثرها شيوعا وإستخداما، المتوسط الحسابي لمجموعة من قيم البيانات هو عبارة عن حاصل قسمة مجموع هذه القيم على عددها،" [2] ويرمز له بالرمز $\bar{\mathbf{X}}$

1-1- المتوسط الحسابي من البيانات الأولية (بيانات عير مبوبة):

المقصود بالبيانات الأولية أو البيانات غير مبوبة هي عندما تكون في شكل سلسلة إحصائية، فإذا كانت $x_1, x_2 \ldots, x_k$، تمثل قيم الظاهرة المدروسة، فإن المتوسط الحسابي لهذة السلسلة هو مجوع هذه القيم على عددها أي أن المتوسط الحسابي يحسب حسب العلاقة التالية: [3]

[1] جلاطو جيلالي، **مرجع سبق ذكره**، ص 30.

[2] مصطفى زايد، **مرجع سبق ذكره**، ص 92.

[3] كامل فليفل، فتحي حمدان، **مرجع سبق ذكره**، ص 47.

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_k}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

مثال رقم 03-01:

لتكن لدينا علامات عينة مكونة من 15طالب في مقياس ما، وهي كالتالي:

16-09 -10 -07 -05 -15 -08-11 -13-15 -06 -11-14 -12-13

المطلوب: أحسب المتوسط الحسابي للسلسلة.

حل المثال رقم 03-01:

- حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{13+12+14+11+6+15+13+11+8+11+5+7+10+9+16}{15}$$

$$\bar{X} = \frac{165}{15} = \mathbf{11}$$

وبالتالي متوسط علامات الطلبة في المقياس يقدر بـــ 11.

1-2- المتوسط الحسابي من التوزيع التكراري (بيانات مبوبة):

إذا كانت البيانات مبوبة في جدول توزيع تكراري فإن:

1-2-1- في حالة متغير كمي منفصل:

إذا كانت لدينا بيانات مبوبة أو مكررة، أي تكون مرتبة في شكل جدول توزيع تكراري، وكان المتغير

الإحصائي المدروس متغير كمي منفصل، فإن المتوسط الحسابي يكون حسب العلاقة التالية:[1]

$$\bar{X} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_kx_k}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum n_i}$$

ويمكن أن يحسب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار النسبي وذلك حسب العلاقة التالية:

$$\bar{X} = \sum f_i\, x_i$$

مثال رقم 03-02:

باستخدام معطيات المثالرقم 02-01 احسب المتوسط الحسابي للتوزيع المعطى باستخدام التكرار المطلق ثم باستخدام التكرار النسبي.

حل المثال رقم 03-02:

[1] كامل فليفل، فتحي حمدان، **مرجع سبق ذكره،** ص 49.

الجدول رقم 03-01: توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها.

$f_i x_i$	f_i	$n_i x_i$	n_i	x_i
0.7	0.35	14	07	02
0.6	0.20	12	04	03
1.2	0.30	24	06	04
0.75	0.15	15	03	05
3.25	01	20	20	Σ

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

- حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار المطلق:

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{65}{20} = \mathbf{3.25}$$

- حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار النسبي:

$$\bar{\mathbf{X}} = \sum f_i\, x_i = \mathbf{3.25}$$

يقدر متوسط عدد الأطفال في الأسرة بالعينة المدروسة بـــ 03 أطفال.

1-2-2- في حالة متغير كمي متصل:

رأينا سابقا أنه إذا كان لدينا مغير كمي متصل فإن قيم هذا المتغير تكون في جدول التوزيع التكراري في شكل فئات، فإذا كانت $c_1, c_2 \dots, c_k$ ، مراكز هذه الفئات فإن المتوسط الحسابي يحسب بالعلاقة التالية: [1]

[1] كامل فليفل، فتحي حمدان، **مرجع سبق ذكره،** ص 50.

$$\bar{X} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + \cdots + n_kc_k}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_ic_i}{\sum n_i}$$

اما إذا استخدمنا التكرار النسبي فيكون المتوسط الحسابي حسب العلاقة التالية:

$$\bar{X} = \sum f_i\, x_i$$

مثال رقم 03-03: بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-08 أحسب المتوسط الحسابي.

حل المثال رقم 03-03:

الجدول رقم 03-02: التوزيع التكراري لكمية الألبان المنتجة لـــ 50 بقرة في اليوم الواحد.

c_if_i	$c_i\, n_i$	f_i	c_i	n_i	x_i
0.12	06	0.06	02	03	] 4 - 0]
1.8	90	0.3	06	15	] 8 - 4]
04	200	0.4	10	20	]12- 8]
2.8	140	0.2	14	10	]16- 12]
0.72	36	0.04	18	02	]20- 16]
9.44	472	01	/	50	**المجموع**

المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

- حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار المطلق:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i c_i}{\sum n_i} = \frac{472}{50} = \mathbf{9.44}$$

- حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار النسبي:

$$\bar{X} = \sum f_i\, c_i = \mathbf{9.44}$$

يقدر متوسط الألبان المنتجة في اليوم الواحد من 50 بقرة بـــ 9.44 لتر

1-3- المتوسط الحسابي المرجح للأوساط الحسابية:

"يستخدم المتوسط الحسابي المرجح لإيجاد المتوسط الحسابي لأكثر من مجموعة في حالة دمجهم مع بعض في مجموعة واحدة، فإذا كانت لدينا مثلا مجموعة من $\mathbf{n_1}$ من القيم وسطها الحسابي $\bar{\mathbf{X}}_\mathbf{1}$، ومجموعة ثانية تتكون من $\mathbf{n_2}$ من القيم وسطها الحسابي $\bar{\mathbf{X}}_\mathbf{2}$، فإن الوسط الحسابي للمجموعتين هو: [1]

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{n_1}\bar{\mathbf{X}}_\mathbf{1} + \boldsymbol{n_2}\bar{\mathbf{X}}_\mathbf{2}}{\mathbf{n_1} + \boldsymbol{n_2}}$$

مثال رقم 03-04:

يبين الجدول التالي عدد الطلبة ومتوسط نقاطهم في مقياس الإحصاء لـــ 03 أفواج في دفعة ما:

الجدول رقم 03-03: متوسط نقاط 03 أفواج من الطلبة في مقياس الإحصاء

الافواج	الفوج الأول	الفوج الثاني	الفوج الثالث
عدد الطلبة n_i	35	38	42
متوسط النقاط $\bar{X}_i$	11	10.4	10.8

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

[1] حيدوشي عاشور، **مرجع سبق ذكره**، ص 55.

المطلوب: أحسب المتوسط الحسابي لنقاط طلبة الدفعة.

حل المثال رقم 03-04:

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{n_1}\bar{\mathbf{X}}_1 + \boldsymbol{n_2}\bar{\mathbf{X}}_2 + \boldsymbol{n_3}\bar{\mathbf{X}}_3}{\mathbf{n_1} + \boldsymbol{n_2} + \boldsymbol{n_3}}$$

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{(35 \times 11) + (38 \times 10.4) + (42 \times 10.8)}{35 + 38 + 42}$$

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{358 + 395.2 + 453.6}{114}$$

$$\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{10.58}$$

متوسط نقاط مجموع الطلبية في الدفعة في مقياس الإحصاء هو 10.58.

1-4- خصائص المتوسط الحسابي:

- أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما؛
- المتوسط الحسابي قابل للعمليات الجبرية ولايمكن حسابه بيانيا؛
"- يتأثر المتوسط الحسابي بالقيم المتطرفة أو الشاذة وهي القيم الواقعة في طرفي مجال الدراسة؛
- يستعمل الوسط الحسابي في حالة المتغيرات الكمية أي القابلة للقياس؛
- أساس المتوسط الحسابي هو الحساب التجميعي؛
- يوجد وسط حسابي وحيد بالنسبة لتوزيع تكراري معين أو سلسلة إحصائية معينة؛" [1]
" - يعتمد في حساب المتوسط الحسابي على كل القيم؛
- لا يمكن استخدامه في حالة الظواهر الوصفية غير الرقمية؛
- لا يمكن استخدامه في حالة الفئات المفتوحة من البداية أو النهاية، حيث أن حسابه يتطلب معرفة مراكز الفئات." [2]

[1] جلاطو جيلالي، **مرجع سبق ذكره،** ص 33- 34.
[2] مصطفى زايد، **مرجع سبق ذكره،** ص 98.

2- مشتقات المتوسط الحسابي:

بالإضافة إلى المتوسط الحسابي الذي يحسب بطريقة معينة هناك متوسطات أخرى من نفس درجة الدقة للمتوسط الحسابي، إلا أنها تحسب بطرق متميزة لأن سلسلة البيانات ليس لها نفس الطبيعة في حالة المتوسط الحسابي.

2-1- المتوسط الهندسي:

" يعرف المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم عددها n بأنه الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم، ويرمز له بالرمز $\overline{X_G}$ "[1]

" تعتبر مجالات تطبيق المتوسط الهندسي قليلة مقارنة بالوسط الحسابي، ومن أهم المجالات التي يستخدم فيها المتوسط الهندسي في المجال الاقتصادي هي في حساب الأرقام القياسية، كما يستخدم في ايجاد متوسط نسب التغير لبعض الظواهر مثل معدل النمو ومعدلات الفائدة ..."[2]

2-1-1- في حالة البيانات الاولية (غير مبوبة):

المتوسط الهندسي هو الجذر النوني لجداء القيم، فإذا كان لدينا n من القيم $x_1, x_2 \; . \; . \; . \; . \; , x_n$، فإن وسطها الهندسي يعرف حسب المعادلة التالية:[3]

$$\overline{X_G} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n}$$

و من أجل تسهيل العمليات الحسابية نستعمل اللوغاريتم لإيجاد الوسط الهندسي وذلك حسب العلاقة التالية:

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{n}\sum \log x_i}$$

---

[1] سالم عيسى بدر، عماد غضاب عبابنة، **مرجع سبق ذكره**، ص 97.

[2] جلاطو جيلالي، **مرجع سبق ذكره**، ص 37.

[3] محمد صبحي ابو صالح، عدنان محمد عوض، **مرجع سبق ذكره**، ص 52.

مثال رقم 03-05:

لتكن السلسلة الإحصائية التالية:

08 -05 -06 -10 –03 –04 –02–03

المطلوب: احسب المتوسط الهندسي للسلسلة الإحصائية السابقة

حل المثال رقم 03-05:

$$\overline{\mathbf{X}_G} = \sqrt[n]{\boldsymbol{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n}}$$

$$= \sqrt[8]{08 \times 05 \times 06 \times 10 \times 03 \times 04 \times 02 \times 03}$$

$$\overline{\mathbf{X}_G} = \mathbf{4.51}$$

$$\overline{\mathbf{X}_G} = \mathbf{10}^{\frac{1}{n}\sum \boldsymbol{log\, x_i}}$$

$$\overline{\mathbf{X}_G} = 10^{\frac{1}{8}} \sum \log 8 + \log 5 + \log 6 + \log 10 + \log 3 + \log 4 + \log 2 + \log 3$$

$$\overline{\mathbf{X}_G} = \mathbf{4.5}$$

2-1-2- في حالة البيانات المبوبة (الجدول التكراري):

يعرف المتوسط الهندسي في حالة توزيع تكراري بالعلاقة التالية:[1]

$$\overline{\mathbf{X}_G} = \sqrt[n]{\boldsymbol{x_1}^{\boldsymbol{n_1}} \times \boldsymbol{x_2}^{\boldsymbol{n_2}} \times \ldots \times \boldsymbol{x_n}^{\boldsymbol{n_i}}}$$

$$\overline{\mathbf{X}_G} = \mathbf{10}^{\frac{1}{n}\sum \boldsymbol{n_i\, log\, x_i}}$$

[1] محمد صبحي ابو صالح، عدنان محمد عوض، **مرجع سبق ذكره**، ص 53.

حيث:

$x_1, x_2 \ldots\ldots, x_n$: هي قيم المتغير الإحصائي

$x_1, x_2 \ldots\ldots, x_n$: هي التكرار المطلق للمتغير

n: عدد قيم المتغير الإحصائي.

مثال رقم 03-06:

باستخدام معطيات المثال رقم 02-01 أحسب المتوسط الهندسي للتوزيع.

حل المثال رقم 03-06:

الجدول رقم 03-04: توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها.

x_i	n_i	$x_i^{n_i}$	$Log\ x_i$	$n_i\ Log\ x_i$
02	07	128	0.3	2.1
03	04	81	0.47	1.9
04	06	4096	0.6	3.61
05	03	125	0.69	2.09
Σ	20	/	/	**9.7**

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

$$\overline{X_G} = \sqrt[n]{x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \ldots \times x_n^{n_i}}$$

$$\overline{X_G} = \sqrt[20]{128 \times 81 \times 4096 \times 125}$$

$$\overline{X_G} = 3.06$$

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{n}\sum n_i \log x_i}$$

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{20}\sum 9.7}$$

$$\overline{\mathbf{X_G}} = \mathbf{3.05}$$

2-2- المتوسط التربيعي:

المتوسط التربيعي لأي مجموعة من القيم هو الجذر التربيعي للمتوسط الحسابي لمربعات تلك القيم،[1] ويرمز له بالرمز $\overline{\mathbf{X_Q}}$.

2-2- 1- في حالة بيانات أولية (بيانات غير مبوبة):

إذا كان لدينا n من القيم $x_1, x_2 \ldots, x_n$، فإن وسطها التربيعي يعرف حسب المعادلة التالية:[2]

$$\overline{\mathbf{X_Q}} = \sqrt{\frac{\mathbf{X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_i^2}}{\mathbf{n}}}$$

$$\overline{\mathbf{X_Q}} = \sqrt{\frac{\sum \mathbf{X_i^2}}{\mathbf{n}}}$$

مثال رقم 03- 07:

لتكن السلسلة الإحصائية التالية:

01 -05 -06 -02 –03 –04

المطلوب: احسب المتوسط التربيعي للسلسلة الإحصائية السابقة

حل مثال رقم 03- 07:

$$\overline{\mathbf{X_Q}} = \sqrt{\frac{\sum \mathbf{X_i^2}}{\mathbf{n}}}$$

---

[1] محمد راتول، **مرجع سبق ذكره،** ص 123

[2] سالم عيسى بدر، عماد غضاب عبابنة، **مرجع سبق ذكره،** ص 100.

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{1^2 + 5^2 + 6^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2}{06}}$$

$$\overline{X_Q} = 9.53$$

2-2- 2- في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة):

يعرف الوسط التربيعي في حالة توزيع تكراري بالعلاقة التالية:[1]

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_i^2}{n_1 + n_2 + \cdots + n_i}}$$

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2 n_i}{\sum n_i}}$$

حيث:

$x_1, x_2 \, . \, . \, . \, . \; x_n$: هي قيم المتغير الإحصائي

$x_1, x_2 \, . \, . \, . \, . \, , x_n$: هي التكرار المطلق للمتغير

n: عدد قيم المتغير الإحصائي.

مثال رقم 03-08:

باستخدام معطيات المثال رقم 02-01 أحسب المتوسط التربيعي للتوزيع.

حل المثال رقم 03-08:

[1] سالم عيسى بدر، عماد غضاب عبابنة، **مرجع سبق ذكره،** ص 100، 101.

الجدول رقم 03-05: توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها.

x_i	n_i	x_i^2	$x_i^2 n_i$
02	07	04	28
03	04	09	36
04	06	16	96
05	03	25	75
Σ	20	/	**235**

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2 n_i}{\sum n_i}}$$

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{235}{20}}$$

$$\overline{X_G} = 3.42$$

2-3- المتوسط التوافقي:

المتوسط التوافقي لمجموعة من القيم هو عبارة عن مقلوب المتوسط الحسابي لمقلوب تلك القيم،[1] يستعمل الوسط التوافقي فقط في حالة وجود علاقة عكسية بين ظاهرتين،[2] ويرمز له بالرمز $\overline{X_H}$.

2-3- 1- في حالة بيانات أولية (بيانات غير مبوبة):

إذا كان لدينا n من القيم $x_1, x_2 \ldots\ldots, x_n$، فإن وسطها التوافقي يعرف حسب المعادلة التالية:

[1] سالم عيسى بدر، عماد غضاب عبابنة، **مرجع سبق ذكره**، ص 98.

[2] جلاطو جيلالي، **مرجع سبق ذكره**، ص 39.

$$\overline{X_H} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_i}}$$

$$\overline{X_H} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

مثال رقم 03- 09:

لتكن السلسلة الإحصائية التالية:

01 -05 -06 -03 –02–04

المطلوب: احسب المتوسط التوافقي للسلسلة الإحصائية السابقة

حل مثال رقم 03- 09:

$$\overline{X_H} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

$$\overline{X_H} = \frac{06}{\frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}}$$

$$\overline{X_H} =$$

2-3- 2- في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة):

يعرف الوسط التوافقي في حالة توزيع تكراري بالعلاقة التالية:

$$\overline{X_H} = \frac{n_1 + n_2 + \cdots + n_i}{\frac{n_1}{x_1} + \frac{n_2}{x_2} + \cdots + \frac{n_i}{x_i}}$$

$$\overline{X_H} = \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{x_i}}$$

حيث:

$x_1, x_2 \ldots . x_n$: هي قيم المتغير الإحصائي

$x_1, x_2 \ldots . , x_n$: هي التكرار المطلق للمتغير

n: عدد قيم المتغير الإحصائي.

مثال رقم 03-10:

باستخدام معطيات المثال رقم 02-01 أحسب المتوسط التوافقي للتوزيع.

حل المثال رقم 03-10:

الجدول رقم 03-60: توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها.

n_i / x_i	n_i	x_i
3.5	07	02
1.3	04	03
1.5	06	04
0.6	03	05
6.9	20	Σ

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

$$\overline{X_H} = \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{x_i}}$$

$$\overline{X_H} = \frac{20}{9.6}$$

$$\overline{X_H} = 2\ .08$$

3- المنوال:

" يعبر المنوال عن القيمة الأكثر تكرارا أو شيوعا من بين قيم المشاهدات " [1]، قد يكون للبيانات في سلسلة إحصائية أو في توزيع تكراري منوال واحد أو أكثر، كما قد لا يكون لها منوال، ويعتبر المنوال أفضل مقياس لقياس البيانات النوعية، يرمز له بالرمز M_o

3-1- في حالة البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة):

" وهو قيمة أو صفة المتغير الإحصائي الأكثر تكرارا في السلسلة الإحصائية. " [2]

مثال رقم 03-11:

أوجد قيمة المنوال في السلاسل الإحصائية التالية:

السلسلة الأولى: 12-11- 05- 10- 12- 03- 13- 08.

السلسلة الثانية: ممتاز- ضعيف- جيد- متوسط- جيد جدا- متوسط- ضعيف جدا- متوسط.

السلسلة الثالثة:11 -15- 05- 11- 12- 05- 10- 03.

السلسلة الرابعة: 10-05- 11- 12- 13- 03- 08- 09.

حل المثال رقم 03-11:

السلسلة الأولى: المنوال هو القيمة المكررة **M_o= 12**

السلسلة الثانية: المنوال هو القيمة المكررة **متوسط =M_o**

السلسلة الثالثة: هناك منوالين **$M_{o\,1}$= 11، $M_{o\,2}$= 05**

السلسلة الرابعة: ليس لها منوال.

3-2- في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة):

3-2-1- متغير كمي منفصل:

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي منفصل يستنتج المنوال مباشرة من جدول التوزيع التكراري، فهو القيمة x_i المقابلة لأكبر تكرار، يمكن أن نجد أكثر من منوال.

[1] عزام صبري، **مرجع سبق ذكره**، ص 124

[2] عبد الرزاق عزوز، **مرجع سبق ذكره**، ص 115

مثال رقم 03-12:

بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-01 أوجد قيمة المنوال.

حل المثال رقم 03-12:

الجدول رقم 03- 07: توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها.

عدد الأطفال x_i	عدد الأسر n_i
02	07
03	04
04	06
05	03
Σ	20

$M_o = 02$

أكبر تكرار

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

من خلال الجدول السابق نلاحظ أن أكبر تكرار هو 07 وبالتالي فإن المنوال هو قيمة المتغير المقابلة لهذا ، التكرار أي $M_o = 02$، هذا يعني أن أغلبية الأسر عدد أطفالها 02.

3-2-1- متغير كمي منفصل:

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي متصل وكانت فئات المتغير الإحصائي متساوية الطول نتبع الخطوات التالية من أجل تحديد قيمة المنوال:

- تحديد الفئة المنوالية: وهي الفئة المقابلة لأكبر تكرار؛
- حساب المنوال بالعلاقة التالية:[1]

[1] عبد الرزاق عزوز، **مرجع سبق ذكره**، ص 115.

$$\boxed{M_o = A_{M_o} + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right] L_{Mo}}$$

حيث:

A_{Mo}: الحد الأدنى للفئة المنوالية؛

Δ_1: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة السابقة لها؛

Δ_2: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة اللاحقة لها؛

L_{Mo}: طول الفئة المنوالية.

مثال رقم 03-13: بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-08 أحسب المنوال.

حل المثال رقم 03-13:

الجدول رقم 03-08: التوزيع التكراري لكمية الألبان المنتجة لـــ 50 بقرة في اليوم الواحد.

x_i	n_i
] 4 - 0]	03
] 8 - 4]	15
]12 -8]	20
]16- 12]	10
]20- 16]	02
المجموع	50

أكبر تكرار

الفئة المنوالية

المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

تحديد الفئة المنوالية: هي الفئة المقابلة لأكبر تكرار وهي:]8- 12]

- حساب المنوال:

$$M_o = A_1 + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right] L_{Mo}$$

$$\Delta_1 = 20 - 15 = 05$$

$$\Delta_2 = 20 - 10 = 10$$

$$\mathrm{M_o} = 8 + \left[\frac{05}{05 + 10}\right] \; 04$$

$$\mathbf{M_o = 9.33}$$

الشرح: أغلبية الأبقار في العينة المدروسة تنتج حوالي 9.33 لتر من الألبان يوميا.

3-3- المنوال بيانيا:

يحدد المنوال بيانيا بواسطة المدرج التكراري، وذلك باتباع الخطوات التالية: [1]

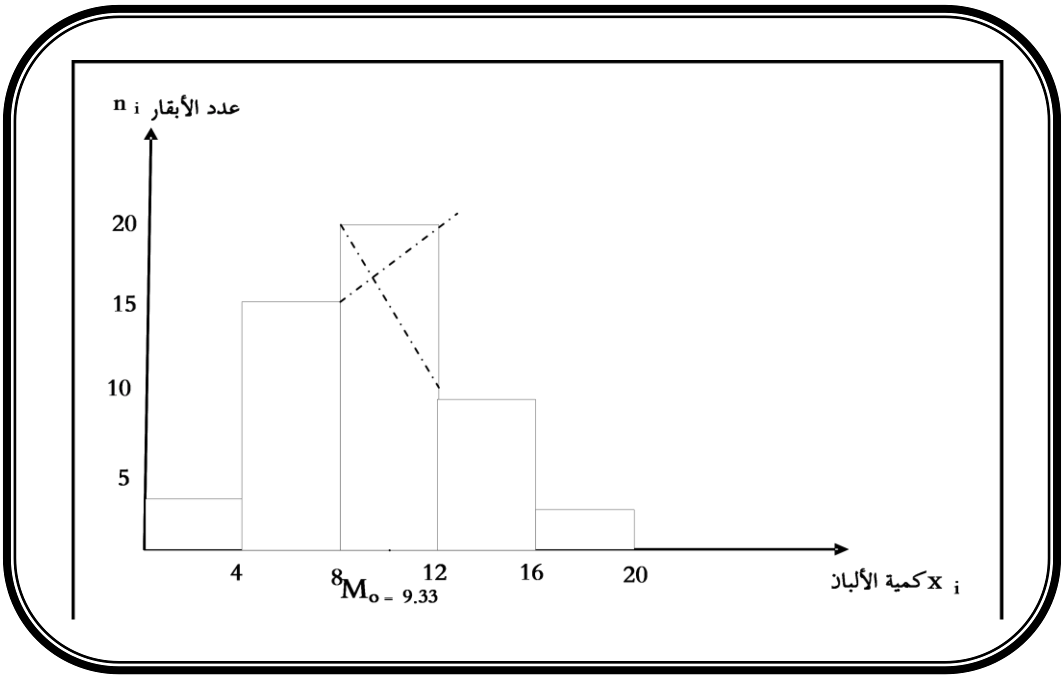
- رسم المدرج التكراري للتوزيع؛
- وصل بخط مستقيم رأس الحد الأعلى للفئة المنوالية برأس الحد الأعلى للفئة السابقة لها؛
- وصل بخط مستقيم رأس الحد الأدنى للفئة المنوالية برأس الحد الأدنى للفئة اللاحقة لها؛
- اسقاط عمود من تقاطع الخطين السابقيم على المحور الأفقي، ونقطة الاسقاط على المحور تمثل قيمة المنوال.

مثال رقم 03-14: بالاعتماد على معطيات المثال رقم 02-08 حدد بيانيا قيمة المنوال.

حل المثال رقم 02-14:

[1] سالم عيسى بدر، عماد غصاب عبابنة، **مرجع سبق ذكره،** ص 87.

الشكل رقم 02-04: التمثيل البياني لتوزيع كمية الألبان المنتجة لـــ 50 بقرة في اليوم الواحد



المصدر: من إعداد الباحثة بناءا على بيانات فرضية

3-4- خصائص المنوال:

"- سهل الحساب، يمكن ايجاده بسهولة لانه من التعريف هو القيمة الأكثر تكرارا؛

- يمكن ايجاده من جداول الفئات المفتوحة؛

- يمكن إيجاده بيانيا؛

- لا يتأثر بالقيم المتطرفة؛ "[1]

- لا يعتمد على جميع القيم، و إنما يعتمد على القيم المكررة أكثر من غيرها.

4- الوسيط:

" الوسيط هو قيمة المشاهدة التي يقع ترتيبها وسط المجموعة عند ترتيب القيم تصاعديا أو تنازليا" [2]، "فهي تلك القيمة التي تقسم المجتمع الاحصائي إلى قسمين متساويين" [3]، يرمز له بالرمز M_e

[1] عزام صبري، **مرجع سبق ذكره،** ص 130.

[2] مصطفى زايد، **مرجع سبق ذكره،** ص 98.

[3] جلاطو جيلالي، **مرجع سبق ذكره،** ص 41.

4-1- في حالة البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة):

إذا كانت البيانات في شكل سلسلة إحصائية أي غير مبوبة، أول خطوة نقوم بها من أجل تحديد الوسيط هي ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا ثم نميز بين حالتين:

4-1-1- في حالة n فردي:

إذا كان عدد البيانات فردي فإن الوسيط هو القيمة التي ترتبها $\frac{n+1}{2}$، أي[1]:

$$\boxed{M_e = X\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

مثال رقم 03-15:

أوجد الوسيط في السلسلة الإحصائية التالية:

10- 06- 03- 11- 05- 12- 09

حل المثال رقم 03-15:

أولا نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا:

$$03-05-06-\boxed{09}-10-11-12$$

$$\Uparrow$$

$$\mathbf{M_e}$$

نحدد رتبة الوسيط: n = 07، بما ان عدد البيانات فردي فإن رتبة الوسيط هي $\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 04$

$$M_e = X\,(04)$$

$$\mathbf{M_e = 09}$$

50 % من البيانات أقل من 09؛

50 % من البيانات أكثر من 09.

[1] كامل فليفل، فتحي حمدان، **مرجع سبق ذكره،** ص 55.

4-1-2- في حالة n زوجي:

إذا كان عدد البيانات زوجي فإن الوسيط هو متوسط القيمة التي ترتبها $\frac{n}{2}$، و القيمة التي رتبتها $\frac{n}{2}+1$ أي:[1]

$$\boxed{M_e=\frac{x\left(\frac{n}{2}\right)+x\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2}}$$

مثال رقم 03-16:

أوجد الوسيط في السلسلة الإحصائية التالية:

09- 04-12 -07 -01 -13 -09 -05

حل المثال رقم 03-16:

أولا نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا:

13 -12 -10 - 09 -07 -05 -04 -01

$$\Uparrow$$

$$M_e$$

نحدد رتبة الوسيط: n = 08، بما ان عدد البيانات ي فإن رتبة الوسيط هي $\frac{8}{2}, \frac{8}{2}+1$

$$M_e=\frac{x(04)+x(05)}{02}=\frac{07+09}{02}$$

$$\mathbf{M_e=08}$$

50 % من البيانات أقل من 08؛

50 % من البيانات أكثر من 08.

[1] كامل فليفل، فتحي حمدان، **مرجع سبق ذكره**، ص 55.

4-2- في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة):

4-2-1- متغير كمي منفصل:

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي منفصل، نتبع الخطوات التالية من أجل تحديد قيمة الوسيط:[1]

- نقوم أولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛
- نحدد رتبة الوسيط $\frac{n}{2}$؛
- نبحث في العمود الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية لــ $\frac{n}{2}$ أو الأعلى منها مباشرة،

$$\mathbf{N_i^{\uparrow} \geq \frac{n}{2}}$$

- القيمة x_i المقابلة لقيمة التكرار المتجمع الصاعد المحددة سابقا هي قيمة الوسيط.

مثال رقم 03-17: بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-01 أوجد قيمة الوسيط.

حل المثال رقم 03-17:

الجدول رقم 03- 09: توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها.

عدد الأطفال x_i	عدد الأسر n_i	N_i
02	07	07
03	04	11
04	06	17
05	03	20
Σ	20	/

رتبة الوسيط

$M_e = 03$

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

[1] حيدوشي عاشور، **مرجع سبق ذكره**، ص 68.

تحديد رتبة الوسيط: $\frac{n}{2} = 10$

من الجدول نحدد قيمة الوسيط وهي:

$$M_e = 03$$

50 % من الأسر عدد أطفالها أقل من 03؛

50 % من الأسر عدد أطفالها أكثر من 03.

4-2-2- متغير كمي منفصل:

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي متصل، نتبع الخطوات التالية من أجل تحديد قيمة الوسيط:

- نقوم أولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛
- نحدد رتبة الوسيط $\frac{n}{2}$؛
- نحدد الفئة الوسيطية " وهي الفئة التي يزيد تكرارها المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية لـــ $\frac{n}{2}$ أو يساويها" أي:[1]

$$\mathbf{N_i^{\uparrow} \geq \frac{n}{2}}$$

- نحسب قيمة الوسيط بالعلاقة التالية:[2]

$$\boxed{\mathbf{M_e = A_{M_e} + \left[\frac{\frac{N}{2} - N^{\uparrow}_{M_{e-1}}}{n_{Me}}\right]\ L_{Me}}}$$

حيث:

A_{Me}: الحد الأدنى للفئة الوسيطية؛

N: عدد القيم $\sum n_i$؛

---

[1] محمد صبحي ابو صالح، عدنان محمد عوض، **مرجع سبق ذكره**، ص 54.

[2] عبد الرزاق عزوز، **مرجع سيق ذكره**، ص 119.

$\mathbf{N^{\uparrow}_{M_{e-1}}}$: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الفئة الوسيطية؛

$\mathbf{n_{Me}}$: التكرار المطلق للفئة الوسيطية؛

$\mathbf{L_{Me}}$: طول الفئة الوسيطية.

مثال رقم 03-18:

بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-08 أحسب الوسيط.

حل المثال رقم 03-18:

الجدول رقم 03-10: التوزيع التكراري لكمية الألبان المنتجة لـــ 50 بقرة في اليوم الواحد.

N_i	n_i	x_i
03	03	] 4 - 0]
18	15	] 8 - 4]
38	20	]12 -8]
48	10	]16- 12]
50	02	]20- 16]
/	50	**المجموع**

رتبة الوسيط　　الفئة الوسيطية

المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

- تحديد الفئة الوسيطية: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{N}{2}$ ، أي: $N^{\uparrow}_{M_e} \geq 25$
ومنه الفئة الوسيطية هي:]8- 12]

- حساب الوسيط:

$$M_e = A_1 + \left[\frac{\frac{N}{2} - N^{\uparrow}_{M_{e-1}}}{n_{Me}}\right] L_{Me}$$

$$M_e = 8 + \left[\frac{25 - 18}{20}\right] 04$$

$$\mathbf{M_e = 9.4}$$

50 % من الأبقار تنتج أقل من 09.4 من الالبان في اليوم الواحد؛

50 % من الأبقار تنتج أكثر من 09.4 من الالبان في اليوم الواحد.

4-3- الوسيط بيانيا:

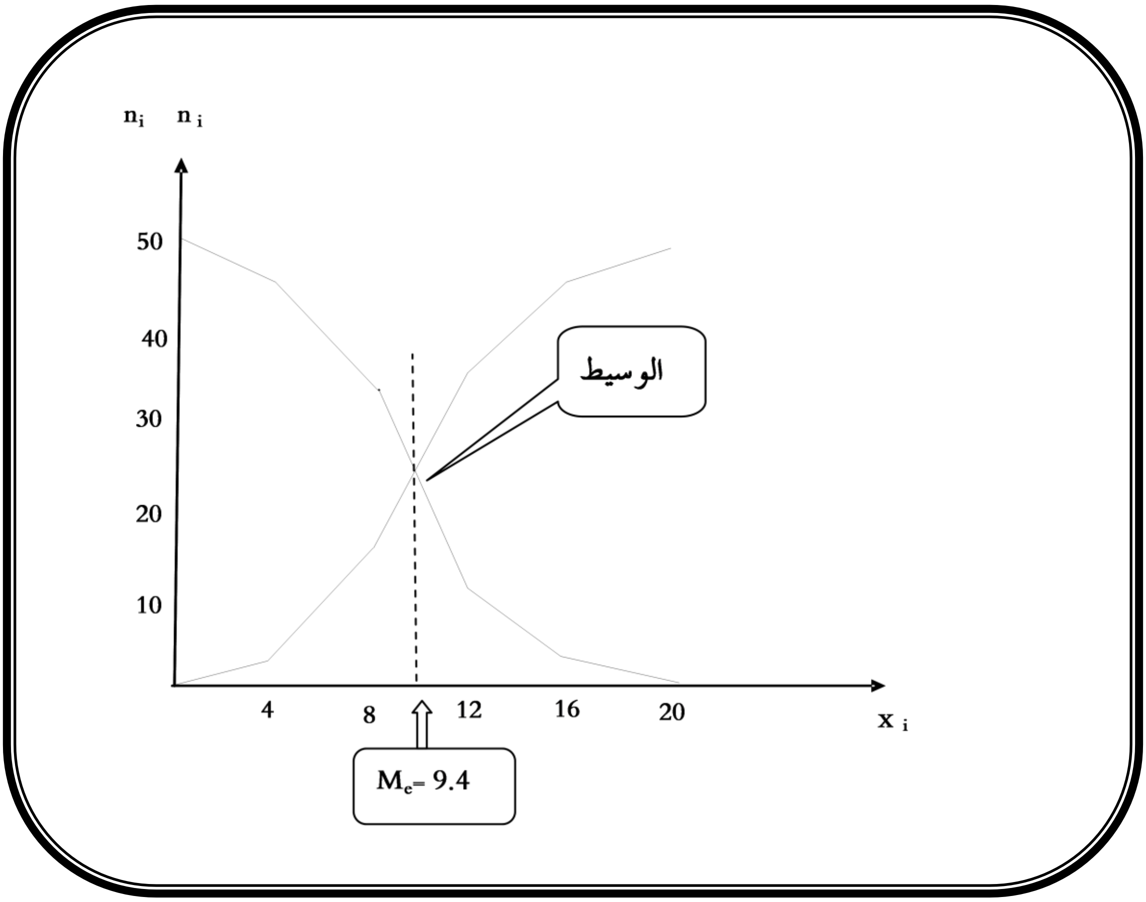
هو نقطة التقاطع بين المنحنى المتجمع الصاعد والنازل.

مثال رقم 03-19:

بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-08 حدد قيمة الوسيط بيانيا.

حل المثال رقم 03-19:

الشكل رقم 02-06: التمثيل البياني لتوزيع100 عاملحسبالدخلاليوميللفرد



المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

4-4- خصائص الوسيط:

"- لا يتأثر بالقيم المتطرفة؛

- يتأثر بعدد قيم المشاهدات، ويأخذ بعين الاعتبار موقع القيم وليس متوسطها؛

- يمكن ايجاده من جداول التوزيع التكراري ذات الفئات المفتوحة؛" [1]

- يمكن حسابه بيانيا؛

- لا يعتمد في حسابه جميع القيم ويتحدد بعدد البيانات وليس بقيمها.

5- مشتقات الوسيط:

رأينا سابقا أن الوسيط هو القيمة التي تقسم مجموع البيانات إلى قسمين متساويين، وما دام يمكن تقسيم بيانات أي ظاهرة إلى عدة أقسام متساوية فإنه يمكن التعامل مع القيم التي تقسم هذه البيانات بنفس طريقة التعامل مع الوسيط، وهذه القيم تسمى بمشتقات الوسيط و هي:

5-1- الربيعيات:

"هي تلك القيمة التي تقسم المجتمع الاحصائي إلى 04 أقسام متساوية، وبالتالي كل قسم يمثل 25 % من البيانات." [2]، يرمز لها بالرمز $\mathbf{Q_i}$

5-1-1- في حالة البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة):

إذا كانت البيانات في شكل سلسلة إحصائية أي غير مبوبة نقوم اولا بترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا، ثم نحدد قيمة الربيع بالعلاقة التالية [3]:

$$\boxed{\mathbf{Q_i = X_{\frac{i(n+1)}{4}}}}$$

إذا كانت $\frac{i(n+1)}{4}$ دون فواصل نأخذ القيمة التي رتبتها مباشرة؛

إذا كانت $\frac{i(n+1)}{4}$ دون مع فواصل نأخذ متوسط القيمتين.

---

1 عزام صبري، **مرجع سبق ذكره،** ص 122-123

2 سالم عيسى بدر، **مرجع سبق ذكره،** ص 76.

3 ساعد بن فرحات، عبد الحميد قطوش، **مرجع سبق ذكره،** ص 69

مثال رقم 03-20:

أوجد الربيع الأول والثالث في السلسلة الإحصائية التالية:

09 -12 -05 -11 -03 -06 -10

حل المثال رقم 03-20:

- الربيع الأول:

أولا نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا:

12 -11 -10 - 09 -06 - 05 -03

$\mathbf{Q_1}$

نحدد رتبة الربيع الأول: n = 07،

$$\frac{n+1}{4} = \frac{7+1}{4} = 02$$

$$Q_1 = X\,(02)$$

$$\mathbf{Q_1 = 05}$$

25 % من البيانات أقل من 05؛

75 % من البيانات أكثر من 05.

- الربيع الثالث:

أولا نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا:

12 - 11 -10 - 09 -06 -05 -03

$\mathbf{Q_3}$

نحدد رتبة الربيع الثالث: n = 07،

$$\frac{3(n+1)}{4}=\frac{3(7+1)}{4}=06$$

$$Q_3 = X\,(06)$$

$$\mathbf{Q_3 = 05}$$

75 % من البيانات أقل من 11؛

25 % من البيانات أكثر من 11.

5-1-2- في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة):

5-1-2-1- متغير كمي منفصل:

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي منفصل، نتبع الخطوات التالية من أجل تحديد قيمة الربيع:

- نقوم أولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛
- نحدد رتبة الوسيط $\frac{in}{4}$؛
- نبحث في العمود الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية لــ $\frac{in}{4}$؛ أو الأعلى منها مباشرة،

$$\mathbf{N_i^{\uparrow}} \geq \frac{in}{4}؛$$

- القيمة x_i المقابلة لقيمة التكرار المتجمع الصاعد المحددة سابقا هي قيمة الربيع.

مثال رقم 03-21: بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-01 أوجد قيمة الربيع الأول والثالث.

حل المثال رقم 03-21

الجدول رقم 03- 11: توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها.

عدد الأطفال x_i	عدد الأسر n_i	N_i
02	07	07
03	04	11
04	06	17
05	03	20
Σ	20	/

رتبة الربيع الأول

$Q_1 = 02$

رتبة الربيع الثالث

$Q_3 = 04$

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

الربيع الأول:

تحديد رتبة الربيع الأول: $\frac{n}{4} = 05$

من الجدول نحدد قيمة الربيع الأول وهي:

$$Q_1 = 02$$

الربيع الثالث:

تحديد رتبة الربيع الثالث: $\frac{3n}{4} = 15$

من الجدول نحدد قيمة الربيع الثالث وهي:

$$Q_3 = 04$$

5-1-2-2- متغير كمي منفصل:

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي متصل، نتبع الخطوات التالية من أجل تحديد قيمة الربيع:

- نقوم أولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛
- نحدد رتبة الوسيط $\frac{in}{4}$؛
- نحدد الفئة الربيعية وهي الفئة التي يزيد تكرارها المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية لـــ $\frac{in}{4}$ أو يساويها

$$N_i^{\uparrow} \geq \frac{in}{4}$$

- نحسب قيمة الربيع بالعلاقة التالية[1]:

$$\boxed{Q_i = A_{Q_i} + \left[\frac{\frac{iN}{4} - N_{Q_{i-1}}^{\uparrow}}{n_{Q_i}}\right] L_{Q_i}}$$

حيث:

A_{Q_i}: الحد الأدنى للفئة الربيعية؛

N: عدد القيم $\sum n_i$؛

$N_{Q_{i-1}}^{\uparrow}$: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الفئة الربيعية؛

n_{Q_i}: التكرار المطلق للفئة الربيعية؛

L_{Q_i}: طول الفئة الربيعيية.

مثال رقم 03-22:

بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-08 أحسب الربيع الأول والربيع الثالث.

حل المثال رقم 03-22:

[1] عبد الرزاق عزوز، **مرجع سبق ذكره،** ص 125

الجدول رقم 03-12: التوزيع التكراري لكمية الألبان المنتجة لـــ 50 بقرة في اليوم الواحد.

x_i	n_i	N_i
] 4 - 0]	03	03
]8 -4]	15	18
] 12 - 8]	20	38
]16- 12]	10	48
]20- 16]	02	50
المجموع	50	/

الفئة الربيعية الاولى

رتبة الربيع الأول

المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

- **الربيع الأول:**

- تحديد الفئة الربيعية الأولى: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{N}{4}$ ، أي:

$$N_{Q_1}^{\uparrow} \geq 12.5$$

ومنه الفئة الربيعية الأولى هي:]04- 08]

- حساب الربيع الأول:

$$Q_1 = A_{Q1} + \left[\frac{\frac{N}{4} - N_{Q_1-1}^{\uparrow}}{n_{Q1}}\right] L_{Q1}$$

$$Q_1 = 4 + \left[\frac{12.5 - 3}{15}\right] 04$$

$$\mathbf{Q_1 = 6.53}$$

- **الربيع الثالث:**

- تحديد الفئة الربيعية الثالثة: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{3N}{4}$ ، أي:

$$N_{Q_3}^{\uparrow} \geq 37.5$$

ومنه الفئة الربيعية الأولى هي: [08- 12[

- حساب الربيع الثالث:

$$Q_3 = A_{Q3} + \left[\frac{\frac{3N}{4} - N^{\uparrow}_{Q_3-1}}{n_{Q3}}\right] L_{Q3}$$

$$Q_3 = 8 + \left[\frac{37.5 - 18}{20}\right] 04$$

$$\mathbf{Q_3 = 11.9}$$

5-2- العشريات:

"هي تلك القيمة التي تقسم المجتمع الاحصائي إلى 10 أقسام متساوية، وبالتالي كل قسم يمثل 10 % من البيانات." [1]، يرمز لها بالرمز D_i

5-1- في حالة البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة):

إذا كانت البيانات في شكل سلسلة إحصائية أي غير مبوبة نقوم اولا بترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا، ثم نحدد قيمة العشير بالعلاقة التالية[2]:

$$\boxed{\mathbf{D_i = X_{\frac{i(n+1)}{10}}}}$$

إذا كانت $\frac{i(n+1)}{10}$ دون فواصل نأخذ القيمة التي رتبتها مباشرة؛

إذا كانت $\frac{i(n+1)}{10}$ دون مع فواصل نأخذ متوسط القيمتين.

مثال رقم 03-23:

أوجد العشير السادس في السلسلة الإحصائية التالية:

10- 06- 03- 11- 05- 12- 09

---

1 سالم عيسى بدر، **مرجع سبق ذكره،** ص 77.

2 ساعد بن فرحات، عبد الحميد قطوش، **مرجع سبق ذكره،** ص 73

حل المثال رقم 03-23:

أولا نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا:

12 -11 - 10 - 09 -06 -05 -03

⇧

$\mathbf{D_6}$

نحدد رتبة العشير السادس: n = 07،

$$\frac{6(n+1)}{10} = \frac{6(7+1)}{10} = 4.8$$

$$D_6 = \frac{X\,(04) + X\,(05)}{2}$$

$$D_6 = \frac{9+10}{2}$$

$$\mathbf{D_6 = 9.5}$$

60 % من البيانات أقل من 9.5؛

40 % من البيانات أكثر من 9.5.

5-2- في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة):

5-2-1- متغير كمي منفصل:

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي منفصل، نتبع الخطوات التالية من أجل تحديد قيمة العشير:

- نقوم أولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛
- نحدد رتبة الوسيط $\frac{\boldsymbol{in}}{\mathbf{10}}$؛
- نبحث في العمود الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية لـــ $\frac{\boldsymbol{in}}{\mathbf{10}}$؛ أو الأعلى منها مباشرة،

$$N_i^{\uparrow} \geq \frac{in}{10}$$ ؛

– القيمة x_i المقابلة لقيمة التكرار المتجمع الصاعد المحددة سابقا هي قيمة الربيع.

مثال رقم 03-24: بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-01 أوجد قيمة العشير السادس.

حل المثال رقم 03-24:

الجدول رقم 03- 13: توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها.

عدد الأطفال x_i	عدد الأسر n_i	N_i
02	07	07
03	04	11
04	06	17
05	03	20
Σ	20	/

$D_6 = 04$

رتبة العشير السادس

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

العشير السادس:

تحديد رتبة العشير السادس: $\frac{6n}{10} = 12$

من الجدول نحدد قيمة العشير السادس وهي:

$$D_6 = 04$$

5-2-2- متغير كمي منفصل:

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي متصل، نتبع الخطوات التالية من أجل تحديد قيمة العشير:

- نقوم أولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛
- نحدد رتبة الوسيط $\frac{in}{10}$؛
- نحدد الفئة الربيعية وهي الفئة التي يزيد تكرارها المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية لـــ $\frac{in}{10}$ أو يساويها

$$N_i^{\uparrow} \geq \frac{in}{10}$$

- نحسب قيمة الربيع بالعلاقة التالية[1]:

$$\boxed{D_i = A_{D_i} + \left[\frac{\frac{iN}{10} - N_{D_{i-1}}^{\uparrow}}{n_{D_i}}\right] L_{D_i}}$$

حيث:

A_{D_i}: الحد الأدنى للفئة العشيرية؛

N: عدد القيم $\sum n_i$؛

$N_{D_{i-1}}^{\uparrow}$: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الفئة العشيرية ؛

n_{D_i}: التكرار المطلق للفئة العشيرية؛

L_{D_i}: طول الفئة العشيرية.

مثال رقم 03-25:

بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-08 أحسب العشير السادس.

حل المثال رقم 03-25:

[1] عبد الرزاق عزوز، **مرجع سبق ذكره**، ص 129

الجدول رقم 03-16: التوزيع التكراري لكمية الألبان المنتجة لـــ 50 بقرة في اليوم الواحد.

x_i	n_i	N_i
] 4 - 0]	03	03
] 8 -4]	15	18
] 12-8]	20	38
]16- 12]	10	48
]20- 16]	02	50
المجموع	50	/

الفئة العشيرية السادسة

رتبة العشير السادس

المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

تحديد الفئة العشير السادس: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{6N}{10}$ ، أي:

$$N^{\uparrow}_{Q_1} \geq 30$$

ومنه فئة العشير السادس هي: [08- 12]

- حساب العشير السادس:

$$D_6 = A_{D6} + \left[\frac{\frac{6N}{10} - N^{\uparrow}_{D_6-1}}{n_{D6}}\right] L_{D6}$$

$$D_6 = 08 + \left[\frac{30 - 18}{20}\right] 04$$

$$\mathbf{D_6 = 10.4}$$

5-3- المئويات:

"هي تلك القيمة التي تقسم المجتمع الاحصائي إلى 100 قسم متساوي، وبالتالي كل قسم يمثل 1 % من البيانات." [1]، يرمز لها بالرمز C_i

5-3-1- في حالة البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة):

[1] سالم عيسى بدر، **مرجع سبق ذكره**، ص 77.

إذا كانت البيانات في شكل سلسلة إحصائية أي غير مبوبة نقوم اولا بترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا، ثم نحدد قيمة المئوي بالعلاقة التالية: [1]

$$\boxed{C_i = X_{\frac{i(n+1)}{100}}}$$

إذا كانت $\frac{\mathbf{i(n+1)}}{\mathbf{100}}$ دون فواصل نأخذ القيمة التي رتبتها مباشرة؛

إذا كانت $\frac{\mathbf{i(n+1)}}{\mathbf{100}}$ دون مع فواصل نأخذ متوسط القيمتين.

مثال رقم 03-26:

أوجد المئوي الخامس والستون في السلسلة الإحصائية التالية:

09 -12 -05 -11 -03 -06 -10

حل المثال رقم 03-26:

أولا نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا:

12 11 - 10 -09 -06 -05 -03

C_{65}

نحدد رتبة العشير السادس: n = 07،

$$\frac{65(n+1)}{100} = \frac{65(7+1)}{100} = 5.2$$

$$D_6 = \frac{X\,(05) + X\,(06)}{2}$$

[1] ساعد بن فرحات، عبد الحميد قطوش، **مرجع سبق ذكره،** ص 73

$$D_6 = \frac{10 + 11}{2}$$

$$\mathbf{D_6 = 10.5}$$

65 % من البيانات أقل من 10.5؛

35 % من البيانات أكثر من 10.5.

5-3-2- في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة):

5-3-2-1- متغير كمي منفصل:

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي منفصل، نتبع الخطوات التالية من أجل تحديد قيمة المئوي:

- نقوم أولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛
- نحدد رتبة المئوي $\frac{in}{100}$؛
- نبحث في العمود الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية لــ $\frac{in}{100}$؛ أو الأعلى منها مباشرة، $\mathbf{N_i^{\uparrow}} \geq \frac{in}{100}$؛
- القيمة x_i المقابلة لقيمة التكرار المتجمع الصاعد المحددة سابقا هي قيمة المئوي.

مثال رقم 03-24: بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-01 أوجد قيمة المئوي 73.

حل المثال رقم 03-24:

الجدول رقم 03- 13: توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها.

عدد الأطفال x_i	عدد الأسر n_i	N_i
02	07	07
03	04	11
04	06	17
05	03	20
Σ	20	/

$C_{73} = 04$

رتبة المئوي 73

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

تحديد رتبة المئوي 73: $\frac{73n}{100} = 14.6$

من الجدول نحدد قيمة المئوي 73 وهي:

$$C_{73} = 04$$

3-2-1- متغير كمي منفصل:

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي متصل، نتبع الخطوات التالية من أجل تحديد قيمة العشير:

- نقوم أولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛
- نحدد رتبة الوسيط $\frac{in}{100}$؛
- نحدد الفئة الربيعية وهي الفئة التي يزيد تكرارها المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية لـــ $\frac{in}{100}$ أو يساويها

$$N_i^{\uparrow} \geq \frac{in}{100}$$

- نحسب قيمة الربيع بالعلاقة التالية:[1]

$$\boxed{C_i = A_{c_i} + \left[\frac{\frac{iN}{100} - N^{\uparrow}_{C_{i-1}}}{n_{C_i}}\right] L_{C_i}}$$

A_{c_i}: الحد الأدنى للفئة المئوية؛

N: عدد القيم $\sum n_i$؛

$N^{\uparrow}_{c_{i-1}}$: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الفئة المئوية؛

n_{c_i}: التكرار المطلق للفئة المئوية؛

L_{c_i}: طول الفئة المئوية.

مثال رقم 03-25:

بالإعتماد على معطيات المثال رقم 02-08 أحسب المئوي 47.

حل المثال رقم 03-25:

الجدول رقم 03-16: التوزيع التكراري لكمية الألبان المنتجة لـــ 50 بقرة في اليوم الواحد.

N_i	n_i	x_i
03	03	] 4 - 0]
18	15	] 8 -4]
38	20	] 12-8]
48	10	]16- 12]
50	02	]20- 16]
/	50	**المجموع**

رتبة المئوي 47

الفئة المئوي 47

المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على معطيات فرضية.

[1] عبد الرزاق عزوز، **مرجع سبق ذكره**، ص 133

تحديد الفئة المئوي 47: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{47N}{100}$ ، أي:

$$N_{Q_1}^{\uparrow} \geq 23.5$$

ومنه فئة المئوي 47 هي: [08- 12 [

- حساب المئوي 47:

$$C_{47} = A_{C47} + \left[\frac{\frac{47N}{100} - N_{C_{47}-1}^{\uparrow}}{n_{C47}}\right] L_{C47}$$

$$C_{47} = 08 + \left[\frac{23.5 - 18}{20}\right] 04$$

$$\mathbf{C_{47} = 9.1}$$

6- تمارين المحور الثالث:

6-1- تمارين محلولة:

التمرين الأول:

الجدول التالي يمثل توزيع 50 طالب حسب عدد الغيابات:

عدد الغيابات	0	01	02	03	04	05
عدد الطلاب	09	15	11	08	04	03

المطلوب:

1- ما هو عدد الطلبة الذين لديهم غيابين أو أقل.

2- ما هي الطلاب الذين لديهم على الأقل غيابين

3- مثل التوزيع باستخدام الأعمدة البيانية

4- أوجد المتوسط الحسابي والمتوسط الربيعي لهذا التوزيع

5- اوجد المنوال والوسيط مع شرح النتيجة

6- أوجد الربيع الأول والربيع الثالث مع شرح النتيجة

حل التمرين الأول:

x_i	n_i	f_i	$f_i\%$	$N_i^{\uparrow}$	$F_i^{\downarrow}\%$	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
0	09	0.18	18	09	100	0	0
01	15	0.3	30	24	82	15	15
02	11	0.22	22	35	52	22	44
03	08	0.16	16	43	30	24	72
04	04	0.08	08	47	14	16	64
05	03	0.06	06	50	06	15	75
Σ	50	01	100	/	/	92	270

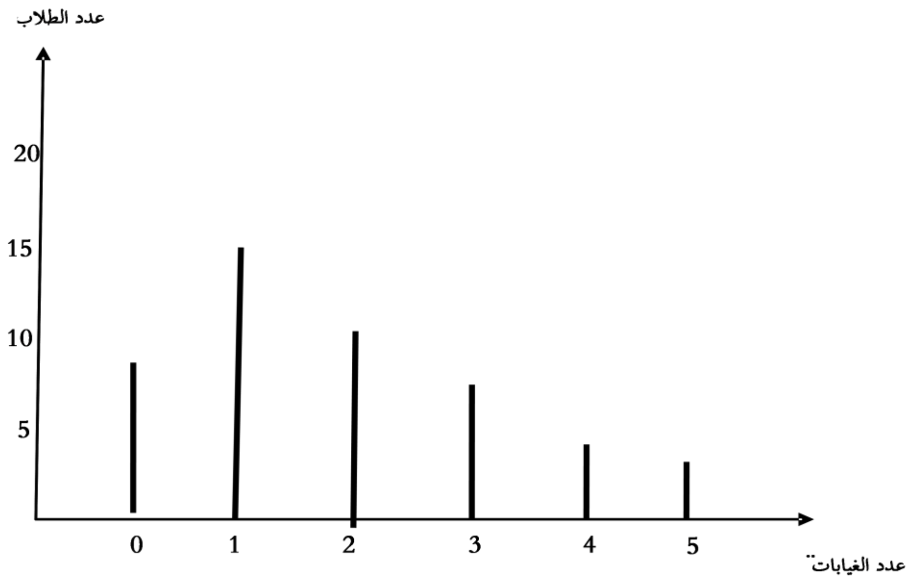
1- عدد الطلبة الذين لديهم غيابين أو أقل:

وهو قيمة التكرار المتجمع الصاعد المقابل لـــ 02 وهو 35

2- ما هي الطلاب الذين لديهم على الأقل غيابين:

وهو قيمة التكرار النسبي المتجمع النازل المقابل لـــ 02 وهو 52

3- مثل التوزيع باستخدام الأعمدة البيانية:



4- المتوسط الحسابي والمتوسط التربيعي:

4-1- المتوسط الحسابي:

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{92}{50} = \mathbf{1.84}$$

4-2- المتوسط التربيعي:

$$\overline{\mathbf{X}_Q} = \sqrt{\frac{\sum \mathbf{X}_i^2 \mathbf{n}_i}{\sum \mathbf{n}_i}}$$

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{270}{50}}$$

$$\overline{X_G} = 2.32$$

5- حساب المنوال والوسيط مع شرح النتيجة:

5-1- المنوال:

من خلال الجدول السابق نلاحظ أن أكبر تكرار هو 15 وبالتالي فإن المنوال هو قيمة المتغير المقابلة لهذا التكرار أي $M_o = 01$

الشرح:

أغلبية الطلبة لديهم غياب واحد.

5-2- الوسيط:

تحديد رتبة الوسيط: $\frac{n}{2} = 25$

من الجدول نحدد قيمة الوسيط وهي:

$$M_e = 02$$

الشرح:

50 % من الطلبة عدد غياباتهم أقل من 02؛

50 % من الطلبة عدد غياباتهم أكثر من 02.

6- حساب الربيع الأول والربيع الثالث مع شرح النتيجة:

6-1- الربيع الأول:

تحديد رتبة الربيع الأول: $\frac{n}{4} = 12.5$

من الجدول نحدد قيمة الربيع الأول وهي:

$$Q_1 = 01$$

الشرح:

25 % من الطلبة عدد غياباتهم أقل من 01؛

75 % من الطلبة عدد غياباتهم أكثر من 01.

6-2- الربيع الثالث:

تحديد رتبة الربيع الثالث: $\frac{3n}{4} = 37.5$

من الجدول نحدد قيمة الربيع الثالث وهي:

$$Q_3 = 03$$

الشرح:

75 % من الطلبة عدد غياباتهم أقل من 03؛

25 % من الطلبة عدد غياباتهم أكثر من 03.

التمرين الثاني:

إليك التوزيع التكراري لمجتمع إحصائي مكون من التالي:

]4 – 3.5]	]3.5 - 3]	] 3 – 2.5]	] 2.5 – 2]	]2– 1.5]	] 1.5 - 1]	**المتغير x_i**
08	10	31	26	15	10	**التكرار n_i**

المطلوب: حدد قيمة كل من:

1- المتوسط الحسابي

2- المنوال مع شرح النتيجة

3- الوسيط مع شرح النتيجة

4- الربيع الاول مع شرح النتيجة

حل التمرين الثاني:

x_i	n_i	c_i	f_i	$N_i^{\uparrow}$	$n_i\,x_i$	$f_i\,x_i$
] 1.5 - 1]	10	1.25	0.1	10	12.5	0.125
] 2 – 1.5]	15	1.75	0.15	25	26.25	0.2625
] 2.5 - 2]	26	2 .25	0.26	51	58.5	0.585
] 3 – 2.5]	31	2.75	0.31	82	85.25	0.8525
] 3.5 - 3]	10	3.25	0.1	92	32.5	0.325
] 4 – 3.5]	08	3.75	0.08	100	30	0.3
Σ	100	/	01	/	245	2.45

1- حساب المتوسط الحسابي:

- حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار المطلق:

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{245}{100} = \mathbf{2.45}$$

- حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار النسبي:

$$\bar{\mathbf{X}} = \sum f_i\, x_i = \mathbf{2.45}$$

2- حساب المنوال مع شرح النتيجة:

تحديد الفئة المنوالية: هي الفئة المقابلة لأكبر تكرار وهي:[2.5- 3]

- حساب المنوال:

$$\mathbf{M_o = A_1 + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right]\ L_{Mo}}$$

$$\Delta_1 = 31 - 26 = 05$$

$$\Delta_2 = 31 - 10 = 21$$

$$M_o = 2.5 + \left[\frac{05}{05+21}\right]\ 0.5$$

$$\mathbf{M_o = 2.59}$$

3- الوسيط مع شرح النتيجة:

- تحديد الفئة الوسيطية: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{N}{2}$ ، أي: $N^{\uparrow}_{M_e} \geq 50$

ومنه الفئة الوسيطية هي: [2.5 -2]

- حساب الوسيط:

$$M_e = A_1 + \left[\frac{\frac{N}{2} - N^{\uparrow}_{M_{e-1}}}{n_{Me}}\right]\ L_{Me}$$

$$M_e = 2 + \left[\frac{50 - 25}{26}\right]\ 0.5$$

$$\mathbf{M_e = 2.48}$$

50 % من البيانات أقل من 2.48؛

50 % من البيانات أكثر من 2.48.

4- الربيع الاول مع شرح النتيجة:

- تحديد الفئة الربيعية الأولى: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{N}{4}$ ، أي:

$$N^{\uparrow}_{Q_1} \geq 25$$

ومنه الفئة الربيعية الأولى هي: [2 -1.5]

- حساب الربيع الأول:

$$Q_1 = A_{Q1} + \left[\frac{\frac{N}{4} - N^{\uparrow}_{Q_1-1}}{n_{Q1}}\right]\ L_{Q1}$$

$$Q_1 = 1.5 + \left[\frac{25 - 10}{15}\right] 0.5 = 02$$

25 % من البيانات أقل من 02؛

75 % من البيانات أكثر من 02.

التمرين الثالث:

أوضحت دراسة شملت 150 أسرة أن الإنفاق اليومي لها أعطت النتائج التالية:

قيمة الإنفاق بالدينار	]200 -100]	]400 -200]	]A -400]	]800 -A]	]1000 -800]
عدد الأسر	28	35	40	27	n_5

المطلوب:

1- أوجد البيانات المفقودة إذا علمت أن متوسط الإنفاق هو 455 دج

2- أحسب العشير السابع والمئوي 65، واشرح النتيجة.

3- أحسب الربيع الأول والربيع الثالث.

حل التمرين الثالث:

X_i	n_i	C_i	$N_i\uparrow$	$C_i\, n_i$
]200 - 100]	28	150	28	4200
]400 - 200]	35	300	63	10500
]500- 400]	40	450	103	$\left(\frac{400+A}{2}\right)$ 40
]800 - 500]	27	650	130	$\left(\frac{A+800}{2}\right)$ 27
]1000- 800]	20	900	150	18000
المجموع	150	/	/	/

1- ايجاد القيم المفقودة في الجدول:

$$\sum n_i = 150 \Rightarrow n_1 + \ n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = 150$$

$$\Rightarrow\ 28+\ 35+40+27+n_5=150$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{n_5=20}$$

ولدينا:

$$\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{5} n_i\ \ c_i}{\sum n_i}=455\ \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i\ \ c_i}{150}=455$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{5} n_i\ \ c_i\ =68250$$

$$\Rightarrow\ 4200+10500+\ \left(\frac{400+A}{2}\right)\ 40+\ \left(\frac{A+800}{2}\right)\ 27+18000 =68250$$

$$\Rightarrow\ 4200+10500+\ \ 8000+20A+10800+13.5\ A+18000 =68250$$

$$\Rightarrow\ 33.5\ A=16750$$

$$\Rightarrow\ \boldsymbol{A=500}$$

2- حساب العشير السابع و المئوي 65:

- حساب العشير السابع:

- تحديد الفئة العشيرية السابعة: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{7N}{10}$ ، أي:

$$N_{Q_1}^{\uparrow}\geq 105$$

ومنه الفئة العشيرية السابعة هي: [500- 800[

- حساب العشير السابع:

$$D_7=A_{D_7}+\ [\frac{\frac{7N}{10}-\ N_{D_7-1}^{\uparrow}}{n_{D_7}}]\ \ L_{D_7}$$

$$D_7=500+\ \left[\frac{105-\ 103}{27}\right]\ \ 300=\boldsymbol{522.22}$$

التفسير:

70 % من الاسر انفاقها اليومي أقل من 522,22 دج و 30 %من الاسر انفاقها اليومي أكبر من 522,22 دج

- حساب المئوي 65:

- تحديد الفئة المئوية 65: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{65N}{100}$ ، أي: $N_{Q_1}^{\uparrow} \geq$ **97,5**

ومنه الفئة المئوية 65 هي: [400- 500[

- حساب المئوي 65::

$$C_{65} = A_{C_{65}} + \left[\frac{\frac{65N}{100} - N_{C_{65}-1}^{\uparrow}}{n_{C_{65}}}\right] L_{C_{65}}$$

$$C_{65} = 400 + \left[\frac{97.5 - 63}{40}\right] 100 = \mathbf{486.25}$$

التفسير:

65% من الاسر انفاقها اليومي أقل من 486,25 دج و 35%من الاسر انفاقها اليومي أكبر من 486,25 دج.

3- حساب الربيع الأول والربيع الثالث:

- الربيع الأول:

- تحديد الفئة الربيعية الأولى:وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{N}{4}$ ، أي: $N_{Q_1}^{\uparrow} \geq$ **37.5**

ومنه الفئة الربيعية الأولى هي: [200- 400[

- حساب الربيع الأول:

$$Q_1 = A_{Q1} + \left[\frac{\frac{N}{4} - N_{Q_1-1}^{\uparrow}}{n_{Q1}}\right] L_{Q1}$$

$$Q_1 = 200 + \left[\frac{37,5 - 28}{35}\right] 200 = 254,28$$

-الربيع الثالث:

- تحديد الفئة الربيعية الثالثة:وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{3N}{4}$ ، أي:

$$N_{Q_3}^{\uparrow} \geq 112,5$$

ومنه الفئة الربيعية الأولى هي:]800-500]

- حساب الربيع الثالث:

$$Q_3 = A_{Q3} + [\frac{\frac{3N}{4} - N_{Q_3-1}^{\uparrow}}{n_{Q3}}]\ L_{Q3}$$

$$Q_3 = 500 + \left[\frac{112,5 - 103}{27}\right]\ 300 = \mathbf{605,55}$$

6-2- تمارين مقترحة:

التمرين الأول:

أقيمت دراسة حول عدد أيام العطل المرضية لـــ 100 عامل في مؤسسة ما، الجدول التالي يبين نتائج الدراسة:

عدد أيام العطل المرضية	عدد العمال
0	32
01	20
02	13
03	09
04	08
05	06
05	04
07	04
08	02
10	02

المطلوب:

1- حدد المجتمع الإحصائي المدروس والمتغير ونوعه؛

2- أحسب التكرارات النسبية والتكرارات المتجمعة؛

3- مثل بيانيا التوزيع؛

4- أحسب المتوسط الحسابي باستخدام طريقتين؛

5- حدد قيمة المنوال والوسيط.

التمرين الثاني:

قامت مصلحة الأسعار والنوعية بمراقبة أسعار الكيلوغرام من البرتقال في 10 أسواق مختلفة لمدينة ما فكانت النتائج التالية:

المجموع	120-80	80-50	50-30	30-20	**السعر**
10	02	04	03	01	**عدد الاسواق**

المطلوب:

- أحسب السعر المتوسط للكيلوغرام من البرتقال باستعمال: المتوسط الحسابي، المتوسط الهندسي، المتوسط التوافقي، المتوسط التربيعي

التمرين الثالث:

إذا كان مستهلكي سلعة ما موزعين حسب فئات العمر كما يظهر في الجدول التالي:

المجموع	55_50	50-40	40-35	35-30	30-25	25-20	20-15	**السن**
100	3	5	10	15	28	26	13	**العدد**

المطلوب:

1- أرسم المدرج التكراري للتوزيع واستنتج منه المنوال.

2- أرسم منحنى التكرار النسبي المتجمع الصاعد والنازل واستنتج منه الوسيط.

3- أوجد حسابيا قيم المنوال، الوسيط، المتوسط الحسابي ثم إشرح النتائج.

4- أحسب الربيع الثالث، العشير السادس ثم إشرح النتائج.

المحور الرابع:
مقاييـــــــس التشتت

سنتطرق من خلال هذا المحور إلى العناصر التالية:

1- المدى

2- المدى الربيعي والانحراف الربيعي

3- الانحراف المتوسط

4- التباين والانحراف المعياري

5- تمارين المحور الرابع

المحور الرابع: مقاييس التشتت:

إن مقاييس النزعة المركزية لا تكفي لوحدها لوصف البيانات وإجراء المقارنات بين التوزيعات التكرارية، لأنها لا تعطينا فكرة عن مدى تجانس أو عدم تجانس البيانات، " فعند إجراء مقارنة بين مجموعتين من البيانات، يمكن استخدام شكل التوزيع التكراري، أوالمنحنى التكراري، وكذلك بعض مقاييس الترعة المركزية، مثل المتوسط الحسابي والوسيط، والمنوال، ولكن استخدام هذه الطرق وحدها لا يكفي عند المقارنة، فقد يكون مقياس الترعة المركزية للمجموعتين متساوي، وربما يوجد اختلاف كبير بين المجموعتين من حيث مدى تقارب وتباعد البيانات من بعضها البعض، أو مدى تباعد أو تقارب القيم عن مقياس الترعة المركزية.

من أجل ذلك لجأ الإحصائيون إلى استخدام مقاييس أخرى لقياس مدى تجانس البيانات، أو مدى انتشار البيانات حول مقياس الترعة المركزية، ويمكن استخدامها في المقارنة بين مجموعتين أو أكثر من البيانات، ومن هذه المقاييس ، مقاييس التشتت." [1]

يقصد بالتشتت مدى تباعد قيم المتغير الإحصائي عن بعضها البعض أو عن القيمة المركزية، فكلما ارتفعت قيم مقاييس التشتت دل ذلك على درجة كبيرة من التباعد و الاختلاف بين قيم البيانات، وكلما كانت صغيرة دل ذلك على أن الاختلاف بين قيم البيانات قليل ولذلك فإن هذه المقاييس تعطينا فكرة عن مدى تجانس أو اختلاف البيانات عن مركزها و درجة انتشارها.

وتوجد عدة طرق إحصائية لقياس التشتت تختلف فيما بينها من حيث الدقة و السهولة في العمل نذكر منها:

1- المدى:

" يعتبر المدى أحد المقاييس التي تقيس الفرق بين تباعد أو تقارب القيم عن بعضها البعض، ويعرف على أنه الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة لمجموعة من قيم المشاهدات،" [2] ويعتبر المدى من أبسط مقاييس التشتت، إلا أنه في بعض الأحيان لا يعطي صورة حقيقية عن واقع المشاهدات لأنه يتأثر بالقيم المتطرفة وذلك باعتماده على قيمتين فقط.

---

[1] شرف الدين خليل، **مرجع سبق ذكره،** ص 52

[2] سالم عيسى بدر، عماد غصاب عبابنة، **مرجع سبق ذكره،** ص 112

1-1- المدى في حالة بيانات أولية (بيانات غير مبوبة):

ويحسب المدى في حالة البيانات غير المبوبة بتطبيق العلاقة التالية:[1]

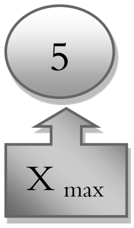
المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة　　　　$R = X_{max} - X_{min}$

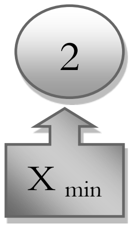
مثال رقم 04-01:

باستخدام معطيات التمرين رقم 02-07 أوجد المدى.

حل المثال رقم 04-01:

36	45	31	28	41	32	29	26	48	32
30	28	33	27	40	31	30	40	35	45
32	37	36	31	35	33	38	39	41	30
38	42	35	33	36	38	39	37	45	23
36	46	30	35	32		43	37		34





حل المثال رقم 04-01:

المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة

= 51 – 22 = 29

1-2- المدى في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة):

في حالة توزيع تكراري لمتغير متصل يمثل المدى:[2]

[1] مصطفى زايد، **مرجع سبق ذكره،** ص 118.

[2] سالم عيسى بدر، عماد غصاب عبابنة، **مرجع سبق ذكره،** ص 113

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الادنى للفئة الأولى

مثال رقم 04-02:

باستخدام معطيات التمرين رقم 02-08 أوجد المدى.

حل المثال رقم 04-02:

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الادنى للفئة الأولى

= 20- 0 = 20

2- المدى الربيعي والانحراف الربيعي:

2-1- المدى الربيعي:

" وهو الفرق بين الربيع الثالث و الربيع الأول ، و يرمز لو بالرمز I_Q ويعتبر أحسن من المدى العام، إذ يضم 50 % من مفردات المجتمع مهما كان التوزيع الإحصائي، و يستعمل في المقارنة بين توزيعتين إحصائيتن أو أكثر . "[1]

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

مثال رقم 04- 03:

باستخدام معطيات التمرين رقم 02-08 أوجد المدى الربيعي.

حل المثال رقم 04-03:

$$I_Q = Q_3 - Q_1$$

$$I_Q = 11.9 - 6.53$$

$$= 5.37$$

[1] جلاطو جيلالي، **مرجع سبق ذكره،** ص 71.

2- 3- الانحراف الربيعي:

" يسمى أيضا نصف المدى الربيعي، وهو يساوي نصف المجال ما بين الربيعيات وهو قريب جدا من الوسيط،" [1] يستعمل للتخلص من القيم الشاذة الدنيا والعليا.

$$\boxed{\begin{gathered} E_Q = \frac{I_Q}{02} \\ E_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{02} \end{gathered}}$$

مثال رقم 04- 04:

باستخدام معطيات التمرين رقم 02-08 أوجد المدى الربيعي.

حل المثال رقم 04-04:

$$E_Q = \frac{I_Q}{02}$$

$$E_Q = \frac{5.37}{02} = 2.68$$

3- الانحراف المتوسط:

ويقصد به مجموع متوسط انحرافات القيم عن متوسطها بغض النظر عن إشارتها، والسبب في الاعتماد على القيمة المطلقة للانحرافات هو التخلص من الإشارات السالبة، لأن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوي الصفر.

3-1- الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي:

" هو متوسط الحسابي للقيم المطلقة لفوارق القيم بالنسبة للوسط الحسابي" [2]

---

[1] عبد الرزاق عزوز، **مرجع سبق ذكره،** ص 219

[2] عبد الرزاق عزوز، **نفس المرجع السابق،** ص 220

3-1-1- في حالة سلسلة إحصائية:

ويحسب حسب العلاقة التالية: [1]

$$E_{\bar{X}} = \frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{n}$$

مثال رقم 04-05:

باستخدام معطيات التمرين رقم 03-01 أوجد الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي.

حل المثال رقم 04-05:

كانت لدينا السلسلة الاحصائية التالية

13-12- 14-11- 06- 15-13- 11-08- 15- 05- 07- 10- 09-16

ووجدنا المتوسط الحسابي 11.

$$E_{\bar{X}} = \frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{n}$$

$$E_{\bar{X}} = \frac{42}{15}$$

$$E_{\bar{X}} = 2.8$$

3-1-2- في حالة توزيع تكراري:

ويحسب حسب العلاقة التالية: [2]

$$E_{\bar{X}} = \frac{\sum n_i |X_i - \bar{X}|}{\sum n_i}$$

مثال رقم 04-06:

باستخدام معطيات التمرين رقم 02-01 أوجد الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي.

---

[1] عبد الرزاق عزوز، **مرجع سبق ذكره،** ص 220

[2] عبد الرزاق عزوز، **نفس المرجع السابق،** ص 220

حل المثال رقم 04-06:

الجدول رقم 03-01: توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها.

x_i	n_i	$\lvert X_i - \bar{X}\rvert$	$n_i\lvert X_i - \bar{X}\rvert$
02	07	1.25	8.25
03	04	0.25	01
04	06	0.75	4.5
05	03	1.75	5.25
Σ	20	/	**19**

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

لدينا سابقا

$$\bar{X} = 3.25$$

$$E_{\bar{X}} = \frac{\sum n_i\lvert X_i - \bar{X}\rvert}{\sum n_i}$$

$$E_{\bar{X}} = \frac{19}{20} = 0.95$$

3-2- الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط:

" هو متوسط البعد بالقيمة المطلقة لقيم المتغير الإحصائي عن الوسيط. " [1]

3-2-1- في حالة سلسلة إحصائية:

ويحسب حسب العلاقة التالية:

$$E_{M_e} = \frac{\sum\lvert X_i - M_e\rvert}{n}$$

[1] ساعد بن فرحات، عبد الحميد قطوش، **مرجع سبق ذكره**، ص 94

مثال رقم 04-07:

باستخدام معطيات التمرين رقم 03-15 أوجد الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط.

حل المثال رقم 04-07:

كانت لدينا السلسلة الاحصائية التالية

09 -12 -05 -11 -03 -06 -10

ووجدنا الوسيط 09

$$\mathbf{E_{M_e}} = \frac{\sum|\mathbf{X_i} - \mathbf{M_e}|}{\boldsymbol{n}}$$

$$\mathbf{E_{M_e}} = \frac{19}{07} = \mathbf{2.71}$$

3-2-2- في حالة توزيع تكراري:

ويحسب حسب العلاقة التالية:

$$\mathbf{E_{M_e}} = \frac{\sum \mathbf{n_i}|\mathbf{X_i} - \mathbf{M_e}|}{\sum \boldsymbol{n_i}}$$

مثال رقم 04-08:

باستخدام معطيات التمرين رقم 02-01 أوجد الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي.

حل المثال رقم 04-08:

الجدول رقم 03-01: توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها.

$\mathbf{n_i}\lvert\mathbf{X_i} - \mathbf{M_e}\rvert$	$\lvert\mathbf{X_i} - \mathbf{M_e}\rvert$	$\mathbf{n_i}$	$\mathbf{x_i}$
07	1	07	02
0	0	04	03
06	1	06	04
06	02	03	05
19	/	20	Σ

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

لدينا سابقا:

$$\mathbf{M_e = 03}$$

$$\mathbf{E_{M_e}} = \frac{\sum \mathbf{n_i}|\mathbf{X_i} - \mathbf{M_e}|}{\sum \boldsymbol{n_i}}$$

$$\mathbf{E_{M_e}} = \frac{19}{20}$$

$$\mathbf{E_{M_e}} = \mathbf{0.95}$$

4- التباين والانحراف المعياري:

4-1- التباين:

نظرا لصعوبة استخدام انحرافات القيم عن متوسطها كأساس لقياس التشتت بسبب الإشارة السالبة الذي جعلنا نحسب الانحراف مع إهمال الإشارة، أوجد العلماء طريقة أخرى للتغلب من الإشارة السالبة، وذلك بتربيع قيمتها و تصير كلها موجبة، والتباين هو عبارة عن الوسط الحسابي لمربعات الفروق بين قيم المتغير الإحصائي و الوسط الحسابي و يرمز لو بالرمز σ^2.[1]

4-1-1- في حالة سلسلة إحصائية:

إذا كانت $\mathbf{x_1, x_2, \dots , x_n}$ مجموعة من قيم المشاهدات وسطها الحسابي $\mathbf{\overline{X}}$ فإن تباينها يعطى بالعلاقة التالية:[2]

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma}^2 = \frac{\sum(\mathbf{X_i} - \overline{\mathbf{X}})^2}{\boldsymbol{n}}}$$

4-1-2- في حالة توزيع تكراري:

ويحسب حسب العلاقة التالية:[3]

---

[1] محمد صبحي ابو صالح، عدنان محمد عوض، **مرجع سبق ذكره،** ص 66.

[2] كامل فليفل، فتحي حمدان، **مرجع سبق ذكره،** ص 76.

[3] كامل فليفل، فتحي حمدان، **نفس المرجع السابق،** ص 80.

$$\sigma^2 = \frac{\sum n_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum n_i}$$

4-2- الانحراف المعياري:

وهو الجذر التربيعي للتباين.

4-2-1- في حالة سلسلة إحصائية:

إذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_n$ مجموعة من قيم المشاهدات وسطها الحسابي $\bar{X}$ فإن تباينها يعطى بالعلاقة التالية:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}}$$

4-1-2- في حالة توزيع تكراري:

ويحسب حسب العلاقة التالية:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum n_i}}$$

مثال رقم 04-09:

باستخدام معطيات التمرين رقم 03-01 أوجد التباين والانحراف المعياري.

حل المثال رقم 04-09:

كانت لدينا السلسلة الاحصائية التالية

13-12- 14-11- 06- 15-13- 11-08- 15- 05- 07- 10- 09-16

ووجدنا المتوسط الحسابي 11.

$$\sigma^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{170}{15} = 11.3$$

$$\sigma = \sqrt{11.3} = 3.36$$

مثال رقم 04-10:

باستخدام معطيات التمرين رقم 02-01 أوجد الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي.

حل المثال رقم 04-10:

الجدول رقم 03-01: توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها.

$n_i(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^2$	n_i	x_i
10.9375	1.5625	07	02
0.25	0.0625	04	03
3.375	0.5625	06	04
9.1875	3.0625	03	05
23.75	/	20	Σ

المصدر: من إعداد الباحثة بالإعتماد على معطيات فرضية.

$$\sigma^2 = \frac{\sum n_i(X_i - \bar{X})^2}{\sum n_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{23.75}{20} = 1.1875$$

$$\sigma = \sqrt{1.1875} = 1.089$$

5- تمارين المحور الرابع:

5-1- تمارين محلولة:

التمرين الأول:

الجدول التالي يمثل توزيع 120 مؤسسة حسب مبيعاتها الشهرية (الوحدة :مليون دج).

الفئات	[02-08[	[08-14[	[14-20[	[20-26[	[26-32[
التكرار المطلق n_i	35	15	20	15	35

المطلوب:

1- حدد المجتمع الإحصائي، المتغير المدروس ونوعه.

2- احسب التكرارات المطلقة الصاعدة النازلة، ثم اشرح n_4،$N_3^{\uparrow}$، $N_2^{\downarrow}$

3- حدد قيمة المتوسط الحسابي، والمنوال.

4- حدد قيمة الوسيط رياضيا وبيانيا

5- أحسب الانحراف المتوسط للوسط الحسابي والانحراف الربيعي.

6- ما هي اقل قيمة للمبيعات الشهرية التي يمكن أن تحققها 48 مؤسسة.

حل التمرين الأول:

X_i	n_i	C_i	$N_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$	C_in_i		
[2 - 8[	35	05	35	120	175	12	420
[8 - 14[	15	11	50	85	165	06	90
[14 -20[	20	17	70	70	340	0	0
[20 - 26[	15	23	85	50	345	06	90
[26 -32[	35	29	120	35	1015	12	420
المجموع	120	/	/	/	2040	/	1020

1- تحديد المجتمع الإحصائي، المتغير المدروس ونوعه:

المجتمع الإحصائي	المتغير المدروس	نوعه
المؤسسات	المبيعات الشهرية	كمي مستمر

2-حساب التكرارات المطلقة الصاعدة النازلة، ثم شرح n_4،$N_3^{\uparrow}$، $N_2^{\downarrow}$

- التكرار المتجمع الصاعد والنازل أنظرالجدولأعلاه

n_4 : هناك 15 مؤسسة من بين 120 مؤسسة مبيعاتهم تتراوح بين20 و 26 مليون دج

$N_3^{\uparrow}$: هناك70 مؤسسة من بين 120 مؤسسة مبيعاتها الشهرية أقل تماما من20 مليون دينار.

$N_2^{\downarrow}$: هناك 85 مؤسسة من بين 120 مؤسسة مبيعاتها الشهرية أكبر أو تساوي 8 مليون دينار

3-حساب المتوسط الحسابي،والمنوال

- المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i \ c_i}{\sum n_i} = \frac{2040}{120} = 17$$

- المنوال: من خلال البيانات يتبين لنا أن هناك منوالين

المنوال الاول:

تحديد الفئة المنوالية: هي الفئة المقابلة لأكبر تكرار

الفئة المنوالية الأولى وهي:[02- 08[

$$M_{o\,1} = A_1 + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right] L_{Mo}$$

$$\Delta_1 = 35 - 0 = 35 \qquad \Delta_2 = 35 - 15 = 20$$

$$M_e = 2 + \left[\frac{35}{35 + 20}\right] 06 = 5{,}82$$

المنوال الثاني:

الفئة المنوالية الثانية وهي:[26- 32[

$$M_{o\,1} = A_1 + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right] L_{Mo}$$

$$\Delta_1 = 35 - 15 = 20 \qquad \Delta_2 = 35 - 0 = 35$$

$$M_e = 26 + \left[\frac{20}{20 + 35}\right] 06 = 28{,}82$$

4- تحديد الوسيط رياضيا وبيانيا:

-الوسيط رياضيا:

-تحديد الفئة الوسيطية :وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{N}{2}$ ، أي: $N^{\uparrow}_{M_e} \geq 60$

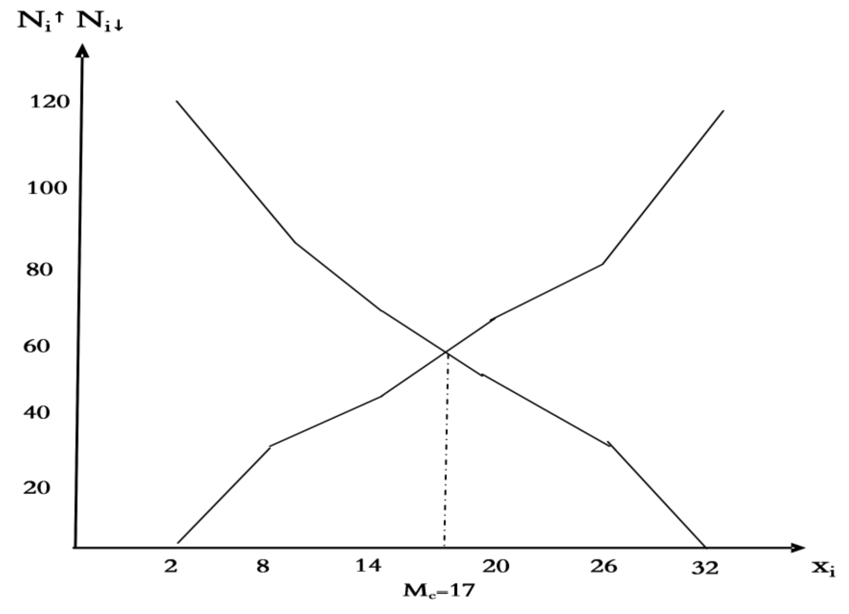
ومنه الفئة الوسيطية هي: [14-20[

- حساب الوسيط:

$$M_e = A_1 + \left[\frac{\frac{N}{2} - N^{\uparrow}_{M_{e-1}}}{n_{Me}}\right] L_{Me}$$

$$M_e = 14 + \left[\frac{60 - 50}{20}\right] 06 = 17$$

- الوسيط بيانيا:



5- حساب الانحراف المتوسط للوسط الحسابي والانحراف الربيعي:

- حساب الانحراف المتوسط للوسط الحسابي:

$$\boldsymbol{EM_{\bar{X}}} = \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i \ |c_i - \bar{X}|}{\sum n_i} = \mathbf{8,5}$$

- حساب الانحراف الربيعي:

$$\boldsymbol{E_q} = \frac{\mathbf{Q_3 - Q_1}}{\mathbf{2}}$$

-الربيع الأول:

- تحديد الفئة الربيعية الأولى: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{N}{4}$ ، أي:

$$N_{Q_1}^{\uparrow} \geq 30$$

ومنه الفئة الربيعية الأولى هي: [02- 08[

- حساب الربيع الأول:

$$Q_1 = A_{Q1} + [\frac{\frac{N}{4} - N_{Q_1-1}^{\uparrow}}{n_{Q1}}] \ L_{Q1}$$

$$Q_1 = 2 + \left[\frac{30 - 0}{35}\right] \ 06 = 7.14$$

-الربيع الثالث:

- تحديد الفئة الربيعية الثالثة :وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{3N}{4}$ ، أي:

$$N_{Q_3}^{\uparrow} \geq 90$$

ومنه الفئة الربيعية الأولى هي: [26- 32[

- حساب الربيع الثالث:

$$Q_3 = A_{Q3} + [\frac{\frac{3N}{4} - N_{Q_3-1}^{\uparrow}}{n_{Q3}}] \ L_{Q3}$$

$$Q_3 = 26 + \left[\frac{90-85}{35}\right] \ 06 = 26.86$$

$$E_q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{26.86 - 7.14}{2} = 9.86$$

6- حساب اقل قيمة للمبيعات الشهرية التي يمكن أن تحققها 48 مؤسسة:

48 مؤسسة تمثل 40 % من المؤسسات وبالتالي نستخدم في حساب ذلك العشير الرابع:

- تحديد فئة العشير الرابع: وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{4N}{10}$ ، أي: $N^{\uparrow}_{Q_1} \geq 48$

ومنه فئة العشير الرابع هي: [08- 14]

- حساب العشير السادس:

$$D_4 = A_{D4} + \left[\frac{\frac{4N}{10} - N^{\uparrow}_{D_4-1}}{n_{D4}}\right] L_{D4}$$

$$D_4 = 08 + \left[\frac{48 - 35}{15}\right] 06 = 13.2$$

وبالتالي اقل قيمة للمبيعات الشهرية التي يمكن أن تحققها 48 مؤسسة هي 13.2

التمرين الثاني:

عند مراقبة الوصول إلى مقر العمل في إحدى المؤسسات تم الحصول على معلومات تتعلق بـــ 40 عامل بالمؤسسة حسب زمن تأخرهم، فكانت النتائج كما هي موضحة في الجدول التالي:

الفئات	] B – A]	] C – B]	] D – C]	] E – D]
مراكز الفئات	7.5	12.5	17.5	22.5
التكرار	15	10	06	09

المطلوب:

1- حدد المجتمع الإحصائي، المتغير المدروس ونوعه.

2- إذا علمت أن أطوال الفئات متساوية أحسب طول الفئة، وحدود الفئات.

3- أحسب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري.

4- ما هو أقل زمن تأخر لـــ 60 % من العمال.

5- إذا علمت أن الوسط الحسابي لزمن التأخر في مؤسسة أخرى قدر بـــ 13.62 دقيقة، وأن الانحراف المعياري لها قدر بـــ 4 دقائق، قارن مستوى التأخر والتشتت في المؤسستين، وما هي القراءة الإحصائية لذلك.

حل التمرين الثاني:

1- تحديد المجتمع الإحصائي، المتغير المدروس ونوعه:

المجتمع الإحصائي	المتغير المدروس	نوعه
عمال المؤسسة	زمن التأخر	كمي مستمر

2- حساب طول وحدود الفئات:

لدينا

$$\text{مركز الفئة الأولى} = \frac{A+B}{2} = 7.5 \Leftarrow \quad A + B = 15 \quad \ldots (1)$$

$$\text{مركز الفئة الثانية} = \frac{B+C}{2} = 12.5 \Leftarrow \quad B + C = 25 \quad \ldots (2)$$

ولدينا طول الفئة

$$L_1 = B - A$$
$$L_2 = C - B$$

وبما أن الفئات متساوية الطول فإن:

$$L_1 = L_2 \Rightarrow B - A = C - B$$
$$\Rightarrow A = 2B - C \ \ldots (3)$$

بتعويض المعادلة (3) في المعادلة (1) نجد:

$$2B - C + B = 15 \Rightarrow \quad C = 3B - 15 \ldots (4)$$

بتعويض المعادلة (4) في المعادلة (2) نجد:

$$B + 3B - 15 = 25 \Rightarrow \quad 4B = 25 + 15$$
$$\Rightarrow \quad B = 10$$

لدينا من المعادلة (1):

$$A + B = 15 \Rightarrow \quad A + 10 = 15 \quad \Rightarrow \quad A = 05$$

ومنه نستنتج أن طول الفئة　　L= 10- 05 = 05

وبالتالي المجال [B-A] هو [05 - 10]

وبما أن الفئات متساوية الطول فتكون بالشكل التالي:

[25 - 20]	[20 – 15]	[15 – 10]	[10 – 05]	**الفئات**
22.5	17.5	12.5	7.5	**مراكز الفئات** C_i
09	06	10	15	**التكرار** n_i

3- حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{4} n_i \ \ c_i}{\sum n_i} = \frac{545}{40} = 13.625$$

-حساب الانحراف المعياري:

$$\partial(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4} n_i (C_i - \overline{X})^2}{\sum n_i}}$$

$$\partial(x) = \sqrt{\frac{1374.375}{40}} = 5.86$$

4- حساب أقل زمن تأخر لــ 60 % من العمال:

نستخدم في حساب ذلك العشير السادس:

- **تحديد فئة العشير السادس:** وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{6N}{10}$ ، أي:

$$N_{Q_1}^{\uparrow} \geq 24$$

ومنه فئة العشير السادس هي: [10- 15[

- حساب العشير السادس:

$$D_6 = A_{D6} + [\frac{\frac{6N}{10} - N^{\uparrow}_{D_6 - 1}}{n_{D6}}]\ L_{D6}$$

$$D_6 = 10 + \left[\frac{24 - 15}{10}\right]\ 05 = 14.5$$

5- المقارنة بين مستوى التأخر والتشتت في المؤسستين:

المؤسسة الأولى:

$$\bar{x}_1 = 13.625 \qquad \partial_1(x) = 5.86$$

المؤسسةالثانية:

$$\bar{x}_2 = 13.62 \qquad \partial_2(x) = 4$$

- مقارنة مستوى التأخر:

نلاحظ أن $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$ وعليه فإنه على العموم مستوى تأخر العمال في المؤسستين متساوي.

- مقارنة تشتت التأخر:

بما أن $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$ فإننا نستخدم مقاييس التشتت المطلقة لمقارنة تشتت التأخر في المؤسستين.

ولدينا $\partial_1(x) \geq \partial_2(x)$ فإننا نقول أن تشتت التأخر في المؤسسة الأولى أكبر مما هي عليه في المؤسسة الثانية، أي أن الفوارق في زمن التأخر أكبر في المؤسسة الأولى، وعليه فإن زمن التأخر في المؤسسة الثانية أكثر تجانس من زمن التأخر في المؤسسة الأولى.

عمال المؤسسة الأولى والثانية لهما على العموم نفس زمن التأخر، غير أن زمن تأخر عمال المؤسسة الثانية أكثر تجانس أو تقارب من المؤسسة الأولى، أي أن المؤسسة الثانية هي الأحسن من حيث زمن التأخر.

5-2- تمارين مقترحة

التمرين الأول:

البيانات التالية تمثل عدد الغرف في المسكن الواحد لعينة من 45 مسكن ببلدية تيارت.

عدد الغرف	عدد المساكن n_i
2	11
3	18
4	09
5	07
المجموع	45

المطلوب:

1- احسب المتوسط الحسابي والوسيط؛

2- أحسب الربيع الأول والربيع الثالث؛

3- أحسب الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي وبالنسبة للوسيط؛

4- أحسب الانحراف الربيعي.

التمرين الثاني:

البيانات التالية تمثل التوزيع التكراري لعدد 80 مزرعة حسب المساحة المزروعة بمحصول ما بالألف

المساحة المزروعة	0-10	10-20	20-30	30-40	40-60	المجموع
عدد المزارع	6	20	30	15	9	80

المطلوب:

1- شكل المدرج التكراري للتوزيع .

2- أحسب الوسيط .

3- أحسب الربيع الاول والربيع الثالث

4- احسب المدى و المدى الربيعي

5- أحسب الانحراف المعياري و التباين.

التمرين الثالث:

باستخدام معطيات التمرين الأول في المحور الثالث أحسب مايلي:

1- المدى، المدى الربيعي، والانحراف الربيعي؛

2- الانحراف المتوسط عن المتوسط الحسابي

3- الانحراف المتوسط عن الوسيط

4- الانحراف المعياري والتباين.

قائمة المراجع

1- ابراهيم مراد الدعمة، مازن حسن الباشا، **أساسيات في علم الإحصاء مع تطبيقات SPSS**، الطبعة الأولى، دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن، 2013

2- أحمد سعد جلال، **مبادئ الإحصاء ،تطبيقات وتدريبات عملية على برنامج spss** ،الدار الدولية للإستثمارات الثقافية، القاهرة، 2008

3- أماني موسى محمد، **التحليل الإحصائي للبيانات،** مشروع الطرق المؤدية إلى التعليم العالي، مركز تطوير الدراسات العليا والبحوث، القاهرة

4- جلاطو جيلالي، **الإحصاء مع تمارين ومسائل محلولة،** الطبعة الثامنة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2010

5- ساعد بن فرحات، عبد الحميد قطوش، **محاضرات في الإحصاء 1 مدعمة بتمارين وامتحانات محاولة،** مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى علوم اقتصادية وعلوم تجارية وعلوم التسيير، جامعة فرحات عباس، سطيف، 2013- 2014

6- سالم عيسى بدر، عماد غصاب عبابنة،**مبادئ الإحصاء الوصفي والاستدلالي**، الطبعة الأولى، دار الميسرة للنشر والتوزيع والطباعة ، الأردن، 2007

7- سعدي شاكر حمودي، **مبادئ علم الإحصاء وتطبيقاته،** دارالثقافةللنشروالتوزيع، عمان، الأردن، 2009

8- شرف الدين خليل، **الإحصاء الوصفي،** شبكة الأبحاث والدراسات الاقتصادية

9- عبد الرزاق عزوز، **الكامل في الإحصاء، دروس مفصلة، تمارين ومسائل مع الحلول،** الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2010

10- عبد الناصر رويسات، **الإحصاء الوصفي ومدخل الاحتمالات " دروس وتمارين "**، ديوان المطبوعات الجامعية، وهران، الجزائر.

11- حيدوشي عاشور، **محاضرات في الإحصاء الوصفي**، مطبوعة موجهة لطلبة السنة الأولى علوم اقتصادية وعلوم تجارية وعلوم التسيير، جامعة اكلي محند اولحاج، البويرة، 2015- 2016

12- عزام صبري، **الإحصاء الوصفي ونظام SPSS**، الطبعة الأولى، جدارا للكتاب العالمي للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2006

13- كامل فليفل، فتحي حمدان، **الإحصاء**، الطبعة الأولى، دار المناهج للنشر والتويع، عمان، الأردن، 2013

14- محمد راتول، **الإحصاء الوصفي**، الطبعة الثانية، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر 2006

15- محمد صبحي ابو صالح، عدنان محمد عوض، **مقدمة في الإحصاء مبادئ وتحليل باستخدام SPSS**، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، الأردن، 2014

16- مصطفى زايد، **علم الإحصاء**، الطبعة الثانية، مطابع الدار الهندسية، القاهرة، 2008